

Permukaan Sapuan Translasi Teradun

Yeap Tan Hon & M. A. Jamaludin

Pusat Pengajian Sains Matematik
Universiti Sains Malaysia
11800 Minden, Pulau Pinang

Abstrak Untuk menjanakan satu permukaan sapuan, satu lengkung jana dan satu arah diperlukan, dengan lengkung jana disapukan sepanjang arah ini. Bagi permukaan sapuan translasi, arah ini diwakili oleh lengkung arah. Lengkung jana dan lengkung arah ini akan membentuk sempadan-sempadan permukaan. Bagi permukaan translasi yang asal, permukaan mempunyai sempadan bertentangan yang sama bentuk. Dalam kertas ini, kita akan memberikan satu cara untuk menghasilkan permukaan sapuan yang mempunyai tiga ataupun empat sempadan yang berlainan dengan menggunakan kaedah adunan.

Katakunci Lengkung Jana, Lengkung Arah, Translasi, Kaedah Adunan.

Abstract To construct a swept surface, one generator curve and one direction are needed, with generator curve being swept along the direction. For translational swept surfaces, the direction is represented by a director curve. These generator curve and director curve will form the boundaries of the surface. For the original translational swept surface, the surface have opposite boundaries that are in the same shape. In this paper, we are going to give one method to produce a swept surface with three or four different boundaries using blending technique.

Keywords Director Curve, Generator Curve, Translational, Blending Technique.

1 Pengenalan

Bagi permukaan sapuan translasi, kita menjanakan permukaan dengan mentranslasikan lengkung jana sepanjang lengkung arah seperti yang telah dijalankan oleh Choi [1]. Ini akan menghasilkan satu permukaan dengan dua sempadan bertentangan yang berbentuk sama. Di sini, kita akan melakukan adunan ke atas empat permukaan translasi untuk menghasilkan satu permukaan dengan sempadan-sempadan yang berlainan.

2 Permukaan Sapuan Translasi

Satu permukaan translasi sapuan adalah diberikan oleh rumus berikut

$$r(u, v) = g(u) + d(v) - d(0); \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (1)$$

dengan $g(u)$ adalah lengkung jana dan $d(v)$ adalah lengkung arah.

Pelbagai jenis lengkung boleh digunakan sebagai lengkung jana dan lengkung arah. Lengkung-lengkung ini termasuklah lengkung Bezier, lengkung alternatif dan sebagainya.

Rajah 1: Cara permukaan sapuan translasi dijana.

Rajah 2: Permukaan sapuan translasi.

Boleh dilihat dari Rajah 2 bahawa satu permukaan sapuan translasi mempunyai sempadan bertentangan yang sama, iaitu dikatakan mempunyai dua sempadan berlainan.

3 Permukaan Sapuan Translasi Teradun

Pada mula-mulanya, empat permukaan sapuan translasi akan dihasilkan. Dua permukaan pertama akan diadunkan untuk menghasilkan satu permukaan sapuan translasi teradun tiga sempadan berlainan. Dua permukaan yang lain akan diadunkan untuk menghasilkan satu lagi permukaan sapuan translasi teradun tiga sempadan berlainan. Kedua-dua permukaan teradun ini akan diadunkan lagi untuk menghasilkan satu permukaan sapuan translasi teradun empat sempadan berlainan.

Keempat-empat permukaan sapuan translasi ini diberikan sebagai

$$\begin{aligned}
 r_1(u, v) &= g_1(u) + d_1(v) - d_1(0); & 0 \leq u, v \leq 1 \\
 r_2(u, v) &= g_2(u) + d_1(1 - v) - d_1(1); & 0 \leq u, v \leq 1 \\
 r_3(u, v) &= g_1(1 - u) + d_2(v) - d_2(0); & 0 \leq u, v \leq 1 \\
 r_4(u, v) &= g_2(1 - u) + d_2(1 - v) - d_2(1); & 0 \leq u, v \leq 1
 \end{aligned} \tag{2}$$

di mana g_1 dan g_2 ialah lengkung jana bertentangan dan d_1 dan d_2 ialah lengkung arah bertentangan.

Rajah 3: Empat permukaan sapuan translasi dua sempadan berlainan.

Dengan menjalankan pengaduan linear ke atas permukaan r_1 dan r_2 , kita dapat r_I . Begitu juga jika pengaduan linear dijalankan ke atas permukaan r_3 dan r_4 , kita dapat r_{II} .

Permukaan teradun r_I dan r_{II} adalah diperolehi dengan rumus berikut

$$\begin{aligned}
 r_I(u, v) &= (1 - v)r_1(u, v) + vr_2(u, v); & 0 \leq u, v \leq 1 \\
 r_{II}(u, v) &= (1 - v)r_3(u, v) + vr_4(u, v); & 0 \leq u, v \leq 1
 \end{aligned} \tag{3}$$

Permukaan teradun r_I dan r_{II} ini ditunjukkan dalam rajah berikut.

Akhir sekali, permukaan sapuan translasi teradun empat sempadan berlainan r akan diperolehi dengan rumus berikut,

$$r(u, v) = (1 - u)r_I(u, v) + ur_{II}(u, v); \quad 0 \leq u, v \leq 1 \tag{4}$$

Rajah 4: Dua permukaan sapuan translasi teradun tiga sempadan berlainan.

Rajah 5: Permukaan sapuan translasi teradun empat sempadan berlainan.

Rajah-rajah di bawah menunjukkan beberapa permukaan sapuan translasi teradun empat sempadan berlainan yang dijanakan dengan menggunakan lengkung alternatif sebagai lengkung jana dan lengkung arah. Lengkung alternatif telah banyak dikaji oleh Said [4], Jamaludin [2], Jamaludin et al, [3] dan Yeap et al [5].

Permukaan-permukaan sapuan translasi teradun dalam rajah-rajah berikut telah dihasilkan dengan menggunakan aturcara C. Nilai-nilai bagi titik-titik kawalan dan parameter-parameter lengkung jana dan lengkung arah telah dimasukkan semasa perlarian aturcara.

Rajah 6 dan Rajah 7 adalah dua permukaan sapuan translasi teradun yang dihasilkan dengan menggunakan lengkung kubik alternatif sebagai lengkung jana dan lengkung arah.

Bagi Rajah 6, titik-titik kawalan dan parameter-parameter yang digunakan adalah seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 g_1 & : (0, 1, 0.35), (0.5, 0.5, 0.4), (0.5, 0.5, 0.4), (0, 0, 0.5); 1, 1; \\
 g_2 & : (4, 2.4, 0), (5.3, 2.4, 0.2), (5.3, 1.3, 0.4), (3.8, -0.6, 0.6); 3, 2; \\
 d_1 & : (0, 1, 0.35), (-0.8, 2, 0.25), (1.8, 3.3, 0.1), (2.7, 2.4, 0); -0.5, -0.8; \\
 d_2 & : (0, 0, 0), (0, -2.5, 0.7), (1, -2.5, 0.8), (2.5, -0.6, 0.6); 1.7, 2.
 \end{aligned}$$

Bagi Rajah 7 pula, titik-titik kawalan dan parameter-parameter yang digunakan adalah

Rajah 6:

Rajah 7:

seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 g_1 & : (0, 0, 1), (-1, -1, 2), (-1, -1, -1), (0, 0, 0); 2, 2; \\
 g_2 & : (3, 0, 1), (4, -1, 2), (4, -1, -1), (3, 0, 0); 2, 2; \\
 d_1 & : (0, 0, 1), (0, -1, 2), (3, -1, 2), (3, 0, 1); 2, 2; \\
 d_2 & : (0, 0, 0), (0, -1, -1), (3, -1, -1), (3, 0, 0); 3, 3.
 \end{aligned}$$

Rajah 8 dan 9 di bawah pula adalah dua permukaan sapuan translasi teradun yang dihasilkan dengan menggunakan lengkung kuartik alternatif empat titik kawalan sebagai lengkung jana dan lengkung arah.

Bagi Rajah 8, titik-titik kawalan dan parameter-parameter yang digunakan adalah seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 g_1 & : (0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 1), (0, 1, 0); 2, 0, 2; \\
 g_2 & : (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 1), (1, 1, 0); 2, 0, 2; \\
 d_1 & : (0, 0, 0), (0, 0, -1), (1, 0, -1), (1, 0, 0); 1, 0, 1; \\
 d_2 & : (0, 1, 0), (0, 1, -1), (1, 1, -1), (1, 1, 0); 1, 0, 1.
 \end{aligned}$$

Rajah 8:

Rajah 9:

Bagi Rajah 9, titik-titik kawalan yang digunakan adalah sama dengan titik-titik kawalan yang digunakan dalam Rajah 8, tetapi dengan parameter-parameter berikut:

$$g_1 : 2, 0, 2;$$

$$g_2 : 2, 0, 2;$$

$$d_1 : 3, 0, 3;$$

$$d_2 : 3, 0, 3.$$

4 Kesimpulan

Dengan adanya kaedah ini, permukaan sapuan translasi teradun dengan keempat-empat sempadan yang berlainan dapat dihasilkan. Perkara yang perlu diingati semasa menjanakan permukaan ini adalah perlu memastikan keempat-empat sempadan, iaitu dua lengkung jana dan dua lengkung arah adalah tertutup.

Rujukan

- [1] B. K. Choi, *Surface Modeling for CAD/CAM*, Elsevier, 1991.
- [2] M. A. Jamaludin, *An Alternative Derivative of Said Basic Function*, Sains Malaysiana, 1994.

- [3] M. A. Jamaludin, H. B. Said & A. A. Majid, *Shape Control of Parametric Cubic Curves*, The Fourth International Conference on CAD/CG, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, China 161-166, 1995.
- [4] H. B. Said, *The Bezier-Ball Type Cubic Curves and Surfaces*, Sains Malaysiana, 1990.
- [5] T. H. Yeap, A. K. Samsul & M. A. Jamaludin, *Controlling the shape of Quartic Bezier Like Curvers*, International Conference On Mathematics And Its Application In The New Millennium, Universiti Putra Malaysia, 2000.