

Satu Kaedah Peningkatan Prestasi dalam Pembentukan Carta *S* Purata Bergerak

(*A Method to Enhance the Performance in
the Construction of the Moving Average S Chart*)

¹**Michael B.C. Khoo & C.Y. Looi**

Pusat Pengajian Sains Matematik, Universiti Sains Malaysia, 11800 Minden, Penang, Malaysia
e-mail: ¹mkbc@usm.my / mkbc@tm.net.my

Abstrak Carta *S* sering digunakan untuk mengawal anjakan dalam varians proses di industri. Carta *S* berbeza daripada carta *R* oleh sebab carta *S* adalah berdasarkan sisihan piawai sampel manakala carta *R* melibatkan julat sampel. Carta *S* lazimnya digunakan apabila saiz sampel, $n > 10$. Carta *S* kurang peka terhadap pengesanan anjakan varians yang kecil. Dalam kajian ini satu kaedah untuk meningkatkan prestasi carta *S* melalui pembentukan carta *S* purata bergerak akan dicadangkan. Kajian simulasi dijalankan dengan menggunakan SAS versi 8 untuk menilai prestasi carta *S* purata bergerak. Purata dan median panjang larian dikira supaya perbandingan prestasi antara carta *S* purata bergerak dan carta *S* yang asas dapat dijalankan. Purata panjang larian (ARL) dan median panjang larian (MRL) memberikan purata dan median bilangan sampel yang perlu diplotkan pada carta kawalan sebelum isyarat luar kawalan yang pertama diterima. Kedua-dua ukuran ini mengukur kecepatan carta kawalan mengesan anjakan dalam proses. Kelebihan MRL berbanding dengan ARL turut dibincangkan dalam kajian ini.

Katakunci Carta *S* purata bergerak, carta *S*, purata panjang larian (ARL), median panjang larian (MRL), varians proses, isyarat luar kawalan, ralat Jenis-I.

Abstract The *S* chart is often used to monitor shifts in the process variance in industries. The *S* chart is different from the *R* chart because the *S* chart is based on the sample standard deviation whereas the *R* chart involves the sample range. The *S* chart is less sensitive in the detection of small shifts in the variance. In this study a method to enhance the performance of the *S* chart by means of the construction of the moving average *S* chart will be proposed. A simulation study is conducted using SAS version 8 to evaluate the performance of the moving average *S* chart. Average and median run lengths are computed so that a comparison of the performances between the moving average *S* chart and the basic *S* chart can be made. The average run length (ARL) and median run length (MRL) give the average and median of the number of samples that must be plotted on a control chart before the first out-of-control signal is received. These two measures evaluate the quickness of a control chart in detecting a shift in the process. The advantages of MRL as compared to ARL are also discussed in this study.

Keywords Moving average *S* chart, *S* chart, average run length (ARL), median run length (MRL), variance process, out-of-control signal, type-I-error.

1 Pengenalan

Carta S ialah suatu carta kawalan untuk data selanjar yang digunakan secara meluas di industri pengeluaran. Carta S digunakan untuk mengawal kestabilan varians proses. Peningkatan varians proses dikaitkan dengan kemerosotan kualiti manakala penyusutan varians proses pula mewakili kualiti proses yang bertambah baik. Pelbagai jenis carta kawalan seperti carta CUSUM untuk varians proses (Hawkins [1] dan [2]), carta EWMS (MacGregor dan Harris [3]), carta EWMASR dan EWMAMR (Ng dan Case [4]), carta S^2 , S serta R (Montgomery [5]) digunakan dalam pengawalan varians proses di industri. Walau bagaimanapun, carta R dan S merupakan carta kawalan yang lebih popular dan luas digunakan oleh jurutera kawalan kualiti oleh sebab kedua-dua carta tersebut mudah diaplikasikan. Objektif kajian ini adalah untuk mencadangkan satu kaedah bagi meningkatkan prestasi carta S dalam pengesanan anjakan kecil dalam varians proses supaya isyarat luar kawalan dapat dikesan dengan lebih cepat. Kaedah yang dicadangkan tidak memerlukan transformasi rumit ke atas statistik carta S yang asas. Justeru, kaedah baru ini tidak menyukarkan penggunaan carta tersebut di industri dan sifat ini menjadikannya alternatif carta S yang baik untuk jurutera kawalan kualiti.

2 Carta S Yang Asas

Bahagian ini akan membincangkan pembentukan carta S . Jika σ^2 ialah varians proses dari pada suatu taburan yang nilainya tidak diketahui, maka penganggar saksama bagi σ^2 ialah varians sampel yang dikira dengan rumus berikut:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad (1)$$

Walau bagaimanapun, sisihan piawai sampel, S bukan penganggar saksama bagi σ . Jika taburan asas bagi suatu proses ialah taburan normal, maka S ialah penganggar saksama untuk $c_4\sigma$ (Montgomery, 2001), yang mana

$$c_4 = \left(\frac{2}{n-1} \right)^{1/2} \times \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]} \quad (2)$$

Untuk kes dengan nilai sisihan piawai proses, σ diberikan, min dan sisihan piawai bagi sisihan piawai sampel, S ialah masing-masing

$$\mu_S = c_4\sigma \quad (3)$$

dan

$$\sigma_S = \sigma \sqrt{1 - c_4^2}. \quad (4)$$

Had-had kawalan 3-sigma bagi carta S ialah

$$UCL = c_4\sigma + 3\sigma \sqrt{1 - c_4^2} = B_6\sigma \quad (5.1)$$

dan

$$LCL = c_4\sigma - 3\sigma \sqrt{1 - c_4^2} = B_5\sigma \quad (5.2)$$

yang mana

$$B_5 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2} \quad (6.1)$$

dan

$$B_6 = c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2}. \quad (6.2)$$

Nilai-nilai c_4 , B_5 dan B_6 untuk saiz sampel, n yang berlainan diberikan dalam Lampiran.

Sisihan piawai proses akan dianggarkan daripada data-data lepas yang diambil daripada proses stabil jika nilai σ tidak diketahui dengan menggunakan rumus berikut:

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i \quad (7)$$

Dalam rumus ini, m ialah bilangan subkumpulan yang diambil daripada data lepas untuk proses yang stabil dan S_i mewakili sisihan piawai untuk sampel ke- i . Oleh sebab statistik \bar{S}/c_4 ialah penganggar saksama bagi σ , maka had-had kawalan carta *S* ialah

$$UCL = \bar{S} + 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2} = B_4\bar{S} \quad (8.1)$$

dan

$$LCL = \bar{S} - 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2} = B_3\bar{S} \quad (8.2)$$

dengan

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2} \quad (9.1)$$

dan

$$B_4 = 1 + \frac{3}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2}. \quad (9.2)$$

3 Carta *S* Purata Bergerak Yang Dicadangkan

Carta *S* purata bergerak ialah carta kawalan *S* berpemberatkan masa yang mudah dan ia dibentuk berdasarkan statistik *S* purata bergerak. Carta *S* purata bergerak adalah lebih peka berbanding dengan carta *S* yang asas dalam pengesanan anjakan varians proses yang kecil. Carta *S* purata bergerak adalah lebih peka terhadap anjakan oleh sebab statistik carta tersebut mengandungi maklumat daripada sampel semasa dan yang lepas. Statistik *S* purata bergerak yang berjarak w pada masa i ditakrifkan seperti berikut:

$$M_i = \frac{S_i + S_{i-1} + \dots + S_1}{i}, \text{ jika } i < w \quad (10.1)$$

dan

$$M_i = \frac{S_i + S_{i-1} + \dots + S_{i-w+1}}{w}, \text{ jika } i \geq w \quad (10.2)$$

dengan w mewakili bilangan cerapan yang diperlukan dalam pengiraan statistik M_i bagi $i \geq w$. Untuk kes $i \geq w$ had-had kawalan carta *S* purata bergerak apabila σ diketahui ialah

$$UCL = \mu_S + \frac{3\sigma_S}{\sqrt{w}} = c_4\sigma + \frac{3\sigma\sqrt{1 - c_4^2}}{\sqrt{w}} \quad (11.1)$$

dan

$$LCL = \mu_S - \frac{3\sigma_S}{\sqrt{w}} = c_4\sigma - \frac{3\sigma\sqrt{1-c_4^2}}{\sqrt{w}} \quad (11.2)$$

manakala bagi kes $i < w$, had-had kawalannya ialah

$$UCL = \mu_S + \frac{3\sigma_S}{\sqrt{i}} = c_4\sigma + \frac{3\sigma\sqrt{1-c_4^2}}{\sqrt{i}} \quad (12.1)$$

dan

$$LCL = \mu_S - \frac{3\sigma_S}{\sqrt{i}} = c_4\sigma - \frac{3\sigma\sqrt{1-c_4^2}}{\sqrt{i}} \quad (12.2)$$

Apabila σ tidak diketahui, had-had kawalan carta S purata bergerak dicari dengan rumus berikut:

$$UCL = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}\sqrt{1-c_4^2}}{c_4\sqrt{w}} \quad (13.1)$$

dan

$$LCL = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}\sqrt{1-c_4^2}}{c_4\sqrt{w}} \quad (13.2)$$

untuk $i \geq w$ manakala

$$UCL = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}\sqrt{1-c_4^2}}{c_4\sqrt{i}} \quad (14.1)$$

dan

$$LCL = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}\sqrt{1-c_4^2}}{c_4\sqrt{i}} \quad (14.2)$$

bagi $i < w$, yang mana \bar{S} dianggarkan dengan menggunakan persamaan (7). Pada amnya, nilai w yang besar adalah lebih berkesan untuk mengesan anjakan varians yang kecil.

4 Perbandingan Prestasi Carta S Yang Asas dan Carta S Purata Bergerak

Kajian simulasi telah dijalankan dengan menggunakan SAS versi 8 untuk mengira purata panjang larian (average run length - ARL) dan median panjang larian (median run length - MRL) bagi carta S yang asas dan carta S purata bergerak dengan $w = 2, 3$ dan 4 . Mak-sud ARL dan MRL sudah dinyatakan dalam abstrak. Setiap nilai ARL dan MRL yang dikira adalah berdasarkan 10000 cubaan. Cerapan-cerapan dalam setiap subkumpulan untuk proses yang stabil dianggap bertaburan $N(0, \sigma_0^2)$ manakala cerapan dalam setiap sub-kumpulan untuk proses yang mengalami anjakan dianggap bertaburan $N(0, \sigma^2)$. Magnitud anjakan dalam varians proses yang dipertimbangkan ialah

$$\delta = \frac{\sigma}{\sigma_0} \in \{1, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2, 1.25, 1.3, 1.35, 1.4, 1.45, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2, 2.5\}$$

dengan σ_0 ialah sisihan piawai proses dalam kawalan manakala σ ialah sisihan piawai bagi proses yang mengalami anjakan. Dalam kajian ini, $\sigma_0 = 1$ digunakan. Keputusan ARL

Jadual 1. Perbandingan ARL Untuk Carta *S* Purata Bergerak Dengan Carta *S* Yang Asas
Untuk $n = 5$ Bagi Mengesan Peningkatan Anjakan Dalam Varians Proses

Magnitud anjakan, δ	Carta <i>S</i> Purata Bergerak			Carta <i>S</i> yang asas
	$w = 2$	$w = 3$	$w = 4$	
1.00	259	259	260	257
1.05	130	130	130	140
1.10	70	68	66	79
1.15	43	39	38	50
1.20	27	25	24	33
1.25	19	17	16	24
1.30	14	12	12	17
1.35	11	10	9	13
1.40	8	8	7	10
1.45	7	6	6	8
1.50	6	5	5	7
1.60	4	4	4	5
1.70	3	3	3	4
1.80	3	3	3	3
1.90	2	2	2	3
2.00	2	2	2	2
2.50	1	1	1	2

Jadual 2. Perbandingan ARL Untuk Carta *S* Purata Bergerak Dengan Carta *S* Yang Asas
Untuk $n = 10$ Bagi Mengesan Peningkatan Anjakan Dalam Varians Proses

Magnitud anjakan, δ	Carta <i>S</i> Purata Bergerak			Carta <i>S</i> yang asas
	$w = 2$	$w = 3$	$w = 4$	
1.00	334	336	337	333
1.05	135	130	125	145
1.10	61	54	51	72
1.15	31	27	24	39
1.20	18	15	14	24
1.25	11	10	9	15
1.30	8	7	6	10
1.35	6	5	5	8
1.40	5	4	4	6
1.45	4	3	3	5
1.50	3	3	3	4
1.60	2	2	2	3
1.70	2	2	2	2
1.80	2	2	2	2
1.90	1	1	1	2
2.00	1	1	1	1
2.50	1	1	1	1

Jadual 3. Perbandingan ARL Untuk Carta S Purata Bergerak Dengan Carta S Yang Asas
Untuk $n = 20$ Bagi Mengesan Peningkatan Anjakan Dalam Varians Proses

Magnitud anjakan, δ	Carta S Purata Bergerak			Carta S yang asas
	$w = 2$	$w = 3$	$w = 4$	
1.00	358	360	361	357
1.05	111	101	96	132
1.10	39	33	29	53
1.15	17	14	13	25
1.20	9	8	7	14
1.25	6	5	5	8
1.30	4	4	3	5
1.35	3	3	3	4
1.40	2	2	2	3
1.45	2	2	2	2
1.50	2	2	2	2
1.60	1	1	1	2
1.70	1	1	1	1
1.80	1	1	1	1
1.90	1	1	1	1
2.00	1	1	1	1
2.50	1	1	1	1

Jadual 4. Perbandingan MRL Untuk Carta S Purata Bergerak Dengan Carta S Yang Asas
Untuk $n = 5$ Bagi Mengesan Peningkatan Anjakan Dalam Varians Proses

Magnitud anjakan, δ	Carta S Purata Bergerak			Carta S yang asas
	$w = 2$	$w = 3$	$w = 4$	
1.00	183	181	177	177
1.05	90	89	90	98
1.10	48	46	46	55
1.15	30	27	26	34
1.20	19	18	16	23
1.25	13	12	12	16
1.30	10	9	9	12
1.35	8	7	7	9
1.40	6	6	5	7
1.45	5	5	5	6
1.50	4	4	4	5
1.60	3	3	3	4
1.70	3	2	2	3
1.80	2	2	2	2
1.90	2	2	2	2
2.00	2	2	2	2
2.50	1	1	1	1

Jadual 5. Perbandingan MRL Untuk Carta *S* Purata Bergerak Dengan Carta *S* Yang Asas
Untuk $n = 10$ Bagi Mengesan Peningkatan Anjakan Dalam Varians Proses

Magnitud anjakan, δ	Carta <i>S</i> Purata Bergerak			Carta <i>S</i> yang asas
	$w = 2$	$w = 3$	$w = 4$	
1.00	234	232	236	229
1.05	96	91	87	101
1.10	42	38	35	49
1.15	22	19	17	28
1.20	13	11	10	16
1.25	8	7	7	11
1.30	6	5	5	7
1.35	4	4	4	5
1.40	3	3	3	4
1.45	3	3	3	3
1.50	2	2	2	3
1.60	2	2	2	2
1.70	2	2	2	2
1.80	1	1	1	1
1.90	1	1	1	1
2.00	1	1	1	1
2.50	1	1	1	1

Jadual 6. Perbandingan MRL Untuk Carta *S* Purata Bergerak Dengan Carta *S* Yang Asas
Untuk $n = 20$ Bagi Mengesan Peningkatan Anjakan Dalam Varians Proses

Magnitud anjakan, δ	Carta <i>S</i> Purata Bergerak			Carta <i>S</i> yang asas
	$w = 2$	$w = 3$	$w = 4$	
1.00	252	249	252	249
1.05	77	71	67	90
1.10	28	24	21	37
1.15	12	10	9	17
1.20	7	6	5	9
1.25	4	4	4	6
1.30	3	3	3	4
1.35	2	2	2	3
1.40	2	2	2	2
1.45	2	2	2	2
1.50	1	1	1	1
1.60	1	1	1	1
1.70	1	1	1	1
1.80	1	1	1	1
1.90	1	1	1	1
2.00	1	1	1	1
2.50	1	1	1	1

dipaparkan dalam Jadual 1, 2 dan 3 untuk saiz subkumpulan $n = 5, 10$ dan 20 masing-masing manakala keputusan MRL pula diberikan dalam Jadual 4, 5 dan 6 bagi ketiga-tiga saiz subkumpulan itu.

Daripada Jadual 1, 2 dan 3 diperhatikan bahawa untuk $\delta = \frac{\sigma}{\sigma_0} = 1$, carta S yang asas mempunyai nilai ARL dalam kawalan (ARL_0) yang hampir sama dengan carta S purata bergerak dengan $w = 2, 3$ dan 4 . Oleh sebab ralat Jenis-I, $\alpha = \frac{1}{ARL_0}$, maka kedua-dua jenis carta itu mempunyai ralat Jenis-I yang sama. Namun demikian, untuk $\delta = \frac{\sigma}{\sigma_0} > 1$, carta S purata bergerak dengan sebarang nilai w mempunyai ARL luar kawalan, ARL_1 , yang lebih rendah daripada carta S yang asas. Disebabkan ralat Jenis-II, $\beta = 1 - \frac{1}{ARL_1}$, maka didapat bahawa carta S purata bergerak mempunyai ralat Jenis-II yang lebih rendah daripada carta S yang asas. Oleh itu, isyarat luar kawalan bagi proses yang mengalami anjakan dalam varians dapat dikesan dengan lebih cepat menggunakan carta S purata bergerak berbanding dengan carta S yang asas. Misalnya, untuk nilai $\delta = 1.2$ dalam Jadual 1, carta S purata bergerak dengan $w = 4$ memerlukan pada puratanya hanya 24 subkumpulan berbanding dengan carta S asas yang memerlukan sebanyak hampir 33 subkumpulan bagi memberikan isyarat luar kawalan yang pertama. Pengesahan isyarat luar kawalan yang lebih cepat oleh carta S purata bergerak membolehkan tindakan pembetulan dilaksanakan dengan lebih awal, seterusnya mengurangkan kos dan meningkatkan produktiviti. Jadual 1, 2 dan 3 menunjukkan bahawa carta S purata bergerak dengan $w = 4$ mempunyai ARL_1 yang terkecil diikuti dengan $w = 3$ dan 2 bagi magnitud anjakan δ yang sama. Oleh itu, carta S purata bergerak dengan $w = 4$ mempunyai kepekaan tertinggi dan merupakan carta kawalan terbaik di kalangan semua carta yang dipertimbangkan. Pada keseluruhannya, diperhatikan bahawa nilai ARL semakin menyusut dengan pertambahan nilai dan saiz sampel, n .

Keputusan MRL dalam Jadual 4, 5 dan 6 masing-masing mempamerkan tren keseluruhan yang hampir sama dengan keputusan ARL dalam Jadual 1, 2 dan 3. Umpamanya, bagi nilai δ yang kecil, yakni, $1.05 \leq \delta \leq 1.40$, carta S purata bergerak dengan sebarang nilai w sentiasa mempunyai MRL yang lebih rendah daripada carta S yang asas. Di kalangan tiga skema carta S purata bergerak yang dipertimbangkan, adalah jelas bahawa carta dengan $w = 4$ mempunyai kepekaan tertinggi, iaitu skema tersebut paling peka terhadap anjakan dalam varians proses. Keputusan dalam Jadual 4 hingga 6 menunjukkan tren penyusutan nilai MRL apabila nilai δ dan saiz sampel, n bertambah.

Apabila dibandingkan antara Jadual 1 hingga 3 dengan Jadual 4 hingga 6, didapati untuk nilai δ menghampiri satu (termasuk $\delta = 1$), wujud perbezaan yang ketara antara nilai ARL dan MRL, yang mana nilai MRL adalah lebih kecil daripada nilai ARL. Misalnya, untuk $\delta = 1.10$, daripada Jadual 1 dengan saiz subkumpulan, $n = 5$, nilai ARL bagi carta S purata bergerak dengan $w = 2, 3$ dan 4 masing-masing ialah $70, 68$ dan 66 sementara nilai ARL bagi carta S yang asas ialah 79 . Tetapi untuk $\delta = 1.10$ daripada Jadual 4 dengan saiz subkumpulan yang sama, $n = 5$, nilai MRL bagi carta S purata bergerak dengan $w = 2, 3$ dan 4 masing-masing ialah $48, 46$ dan 46 . Nilai MRL bagi carta S yang asas ialah 55 . Jelas bahawa nilai MRL adalah lebih kecil berbanding nilai ARL. Ini menunjukkan taburan panjang larian sangat terpengaruh apabila nilai δ menghampiri satu (termasuk $\delta = 1$).

Dengan peningkatan nilai δ , perbezaan yang kurang ketara diperhatikan antara nilai ARL dan MRL, namun nilai MRL tetap lebih kecil daripada nilai ARL. Misalnya, untuk $\delta = 1.50$ daripada Jadual 1, nilai ARL bagi carta S purata bergerak dengan $w = 2, 3$ dan 4 masing-masing ialah $6, 5$ dan 5 sementara nilai ARL bagi carta S yang asas ialah 7 . Tetapi untuk $\delta = 1.50$ daripada Jadual 4, nilai MRL bagi carta S purata bergerak dengan $w = 2,$

3 dan 4 masing-masing ialah 4 dan nilai MRL bagi carta *S* yang asas ialah 5. Justeru, bagi anjakan yang besar, perbezaan antara ARL dan MRL adalah kurang ketara.

Kepencongan taburan panjang larian berubah dengan nilai δ . Apabila nilai δ semakin meningkat, kepencongan taburan panjang larian berkurangan. Tafsiran berdasarkan ARL adalah kurang tepat dan mengelirukan oleh sebab kepencongan taburan panjang larian berubah dengan magnitud anjakan δ . Sebaliknya, MRL lebih mudah difahami dan ditafsirkan berbanding dengan ARL (Gan [6]). Misalnya, untuk $\delta = 1.05$ dari Jadual 1 dan 4, nilai ARL dan MRL bagi carta *S* purata bergerak dengan $w=2$ masing-masing ialah 130 dan 90. Di sini nilai MRL memberikan lebih banyak maklumat kerana ia menunjukkan bahawa 50% daripada kesemua panjang larian adalah kurang daripada 90. Tetapi nilai ARL 130 tidak memberikan gambaran tentang peratusan panjang larian yang kurang daripada 130. Oleh itu, ARL lebih mengelirukan dan susah untuk ditafsirkan. Maka, nilai MRL adalah lebih baik untuk menilai prestasi carta kawalan.

5 Kesimpulan

Secara keseluruhannya, prestasi carta *S* purata bergerak adalah lebih baik daripada carta *S* asas untuk mengesan anjakan yang kecil dalam varians proses. Dalam pengesaman anjakan yang besar dalam varians proses, tiada perbezaan yang ketara antara prestasi kedua-dua carta itu. Selain itu, kepekaan carta untuk mengesan anjakan dalam varians proses meningkat apabila saiz subkumpulan, n meningkat. Apabila nilai w dalam carta *S* purata bergerak semakin meningkat, carta itu menjadi lebih berkesan kerana lebih peka terhadap anjakan dan memberi prestasi yang lebih baik. Oleh itu, carta *S* purata bergerak merupakan carta yang baik untuk meningkatkan prestasi carta *S* yang asas. Carta *S* purata bergerak merupakan alternatif carta *S* yang baik dalam kawalan varians proses untuk jurutera kualiti.

Rujukan

- [1] D.M. Hawkins, *A CUSUM for A Scale Parameter*, Journal of Quality Technology, 13 (1981), 228-231.
- [2] D.M. Hawkins, Cumulative Sum Control Charting: An Underutilized SPC Tool, Quality Engineering, 5 (1993), 463-477.
- [3] J.F. MacGregor dan T.J. Harris, *The Exponentially Weighted Moving Variance*, Journal of Quality Technology, 25 (1993), 106-118.
- [4] C.H. Ng dan K.E. Case, *Development and Evaluation of Control Charts Using Exponentially Weighted Moving Averages*, Journal of Quality Technology, 21 (1989), 242-250.
- [5] D.C. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*, 4th. ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.
- [6] F.F. Gan, *An optimal Design of EWMA Control Chart Based on Median Run Length*, Journal Statistics-Computation Simulation, 45 (1994), 169-184.

Lampiran

Faktor Untuk Membentuk Carta Kawalan Pembolehubah

<i>n</i>	<i>A</i> ₁	<i>c</i> ₄	<i>d</i> ₁	<i>d</i> ₂	<i>D</i> ₃	<i>D</i> ₄	<i>A</i> ₃	<i>B</i> ₃	<i>B</i> ₄	<i>B</i> ₅	<i>B</i> ₆
2	1.880	0.7979	1.128	0.853	0	3.267	2.659	0	3.267	0	2.606
3	1.023	0.8862	1.693	0.888	0	2.575	1.954	0	2.568	0	2.276
4	0.729	0.9213	2.059	0.880	0	2.282	1.628	0	2.266	0	2.088
5	0.577	0.9400	2.326	0.864	0	2.115	1.427	0	2.089	0	1.964
6	0.483	0.9515	2.534	0.848	0	2.004	1.287	0.030	1.970	0.029	1.874
7	0.419	0.9594	2.704	0.833	0.076	1.924	1.182	0.118	1.882	0.113	1.806
8	0.373	0.9650	2.847	0.820	0.136	1.864	1.099	0.185	1.815	0.179	1.751
9	0.337	0.9693	2.970	0.808	0.184	1.816	1.032	0.239	1.761	0.232	1.707
10	0.308	0.9727	3.078	0.797	0.223	1.777	0.975	0.284	1.716	0.276	1.669
11	0.285	0.9754	3.173	0.787	0.256	1.744	0.927	0.321	1.679	0.313	1.637
12	0.266	0.9776	3.258	0.778	0.283	1.717	0.886	0.354	1.646	0.346	1.610
13	0.249	0.9794	3.336	0.770	0.307	1.693	0.850	0.382	1.618	0.374	1.585
14	0.235	0.9810	3.407	0.763	0.328	1.672	0.817	0.406	1.594	0.399	1.563
15	0.223	0.9823	3.472	0.756	0.347	1.653	0.789	0.428	1.572	0.421	1.544
16	0.212	0.9835	3.532	0.750	0.363	1.637	0.763	0.448	1.552	0.440	1.526
17	0.203	0.9845	3.588	0.744	0.378	1.622	0.739	0.466	1.534	0.458	1.511
18	0.194	0.9854	3.640	0.739	0.391	1.608	0.718	0.482	1.518	0.475	1.496
19	0.187	0.9862	3.689	0.734	0.403	1.597	0.698	0.497	1.503	0.490	1.483
20	0.180	0.9869	3.735	0.729	0.415	1.585	0.680	0.510	1.490	0.504	1.470
21	0.173	0.9876	3.778	0.724	0.425	1.575	0.663	0.523	1.477	0.516	1.459
22	0.167	0.9882	3.819	0.720	0.434	1.566	0.647	0.534	1.466	0.528	1.448
23	0.162	0.9887	3.858	0.716	0.443	1.557	0.633	0.545	1.455	0.539	1.438
24	0.157	0.9892	3.895	0.712	0.451	1.548	0.619	0.555	1.445	0.549	1.429
25	0.153	0.9896	3.931	0.708	0.459	1.541	0.606	0.565	1.345	0.559	1.420

Sumber: Montgomery [5]