

MERAMALKAN PEKALI-PEKALI BUANGAN
ALIRAN GELORA MELALUI METER ORIFIS

MUHAMMED HAFIZ BIN HJ. KHOZALI
JABATAN MATEMATIK, PUSAT PENGAJIAN KUANTITATIF
UNIVERSITI KEBANGSAAN MALAYSIA, 43600, BANGI

Abstrak

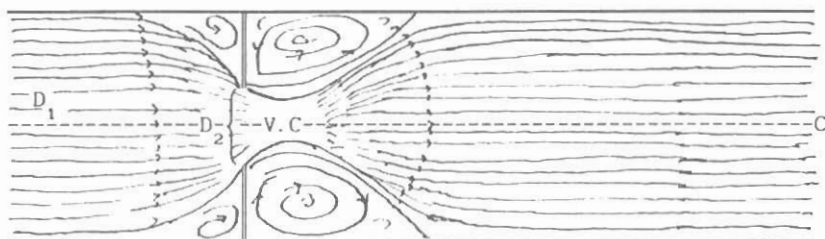
Tujuan kertas ini ialah untuk meramalkan secara teori, pekali-pekali buangan bagi aliran bendalir gelora melalui satu meter orifis dalam sebuah paip panjang (berdiameter 4") dengan nombor Reynolds orifis, 10^5 . Nisbah diameter orifis dengan diameter paip, β , diambil sebagai 0.7. Model aliran gelora (k- ϵ) yang berasaskan persamaan Navier-Stokes digunakan bagi tujuan ini. Komputer IBM 3278 dari Pusat Komputer UKM telah digunakan bagi melarikan aturcara dalam bahasa FORTRAN. Hasil yang didapati itu dibandingkan dengan hasil eksperimen yang terdapat dari buku "British Standard Institution" BSI 1042.

Abstract

This paper presents the theoretical prediction of discharge coefficients of fluid flow through an orificemeter in a long pipe (diameter 4") with orifice Reynolds number 10^5 . The orifice diameter and pipe diameter ratio β was taken to be 0.7. The author used turbulence (k- ϵ) model and the IBM 3278 computer from the Pusat Komputer UKM. The theoretical discharge coefficients obtained were then compared with the established results found from the "British Standard Institution" BSI 1042.

1. METER ORIFIS

Meter orifis merupakan satu daripada peranti yang telah lama dikenali bagi menyukat aliran bendalir (laminar atau gelora) seperti air, minyak atau gas. Ia digunakan secara meluas dalam industri; justeru banyak eksperimen dilakukan bagi menyelidik dan mengkaji sifat-sifat meter tersebut. Meter orifis yang dipertimbangkan terdiri daripada satu plat orifis membulat yang nipis terletak dalam sebuah paip panjang. Plat yang digunakan itu dari jenis paksi-simetri, seperti yang tertera dalam rajah 1. Bendalir yang dipertimbangkan pula ialah air berketumpatan ρ dan berkelikatan μ .



- D_1 : diameter paip
 D_2 : diameter orifis
 C : paksi paip
V.C : vena contracta

Rajah 1: Kedudukan plat orifis dalam paip

2. PERSAMAAN UNTUK METER ORIFIS

Persamaan bagi memperihalkan meter orifis berasaskan kepada persamaan Bernoulli dan persamaan keselantaran. Persamaan Bernoulli ini sebenarnya boleh diterbitkan daripada persamaan yang lebih umum lagi iaitu persamaan Navier-Stokes (Hafiz [3]).

Untuk mendapatkan persamaan Bernoulli itu kami beranggapan bahawa bendalir yang digunakan itu unggul, nirputaran, mantap dan berketumpatan malar. Persamaan Bernoulli dan persamaan keselantaran ini boleh ditulis sebagai (Hafiz [3]).

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + Z = \text{pemalar} \quad (1)$$

$$Av = \text{pemalar} \quad (2)$$

dengan $\gamma = \rho g$

ρ : ketumpatan bendalir.

g : pecutan disebabkan tarikan graviti.

A : luas keratan rentas.

v : halaju bendalir merentasi A .

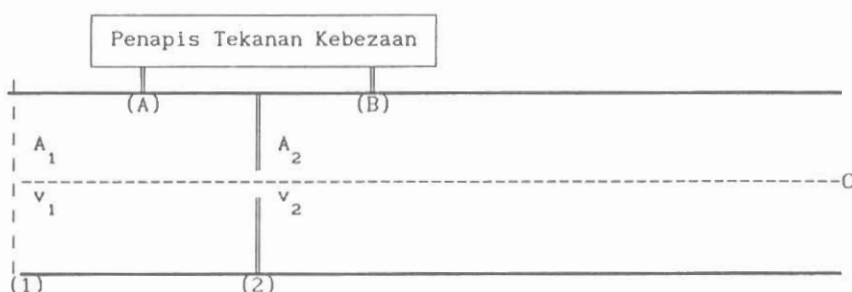
p : medan tekanan.

Z : kepala potensi.

2.1 Penggunaan Persamaan Bernoulli Dalam Meter Orifis

Oleh kerana paip yang dipertimbangkan mengufuk, maka tiada kepala potensi, i.e. $Z = 0$.

Pertimbangkan bahagian (1) dan (2) (lihat Rajah 2) kami



(A) dan (B) : Kedudukan torehan tekanan

Rajah 2 : Penggunaan persamaan Bernoulli dalam meter orifis

dapati ungkapan $\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$.

Dengan menggunakan persamaan keselajaran

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

halaju air yang memasuki orifis, v_2 diberi oleh

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g(p_1 - p_2)}{\gamma(1 - \beta^4)}}$$

dengan

$$\beta = \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = \frac{D_2}{D_1} \quad \text{ialtu nisbah diameter orifis dengan}$$

diameter paip.

Kadar aliran Q yang memasuki orifis ialtu dibahagian (2) (lihat Rajah 2) diberi oleh

$$Q_t = A_2 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho(1 - \beta^4)}}$$

dengan Q_t melambangkan kadar aliran secara teorinya. Ini didapati daripada penggunaan persamaan Bernoulli yang merupakan jenis pengunggulan. Di sini ρ mewakili ketumpatan air dan $\Delta p = p_1 - p_2$ kejatuhan tekanan.

Kadar aliran melalui orifis yang sebenar (unggul) Q_s , adalah kurang daripada kadar aliran yang didapati secara teori, Q_t . Ini disebabkan oleh geseran air dengan dinding paip atau plat orifis.

Oleh itu

$$Q_s < Q_t,$$

Kami perkenalkan satu parameter C_d ,

$$\begin{aligned} C_d &= \frac{Q_s}{Q_t} \quad (C_d < 1) \\ &= \frac{Q_s}{A_2} \beta^2 \sqrt{\frac{\rho(\frac{1}{\beta^4} - 1)}{2\Delta p}} \\ &= \frac{Q_s}{A_1} \sqrt{\frac{\rho(\frac{1}{\beta^4} - 1)}{2\Delta p}} \\ &= v_1 \sqrt{\frac{\rho(\frac{1}{\beta^4} - 1)}{2\Delta p}} \end{aligned} \quad (3)$$

dengan v_1 mewakili halaju masuk air ke dalam paip itu, yang secara amalnya boleh disukat. Parameter C_d itu digelar pekali buangan. Kaedah mendapatkan pekali buangan ini menjadi tajuk kepada makalah ini.

2.2 Kejatuhan tekanan

Kejatuhan tekanan Δp dapat dilihat daripada tiga sudut:

1. Jika torehan tekanan terletak 1 inci sebelah hulu dan 1 inci sebelah hilir plat orifis, torehan itu digelar torehan flenj. Pekali buangan yang sepadan dengannya ditandakan PBTF.
2. Jika torehan tekanan 1 diameter ke hulu dan 1/2 diameter ke hilir plat orifis, torehan itu digelar torehan D-D/2. Pekali buangan yang sepadan ditandakan PBTDD2.

- 3 Torehan tekanan yang terletak di permukaan-permukaan hulu dan hilir plat orifis, memberikan ungkapan torehan penjuru dan pekali buangan yang sepadan dengan torehan ini ditandakan PBTP.

Secara amalnya kuantiti v_1 , Δp , β dan ρ boleh disukat atau diberi, oleh itu pekali-pekali buangan yang sesuai dengan torehan tertentu dapat diperolehi daripada persamaan (3). Secara teorinya pula Δp sukar diperolehi walaupun kuantiti v_1 , β dan ρ dapat di sukut. Oleh itu masalah utama kami ialah menentukan kejatuhan tekanan Δp ini secara analisis.

3. ALIRAN AIR GELORA DALAM RUANGAN MATRA 2

Secara teorinya Δp boleh didapati jika kami mengetahui medan tekanan p . Medan tekanan p ini sebenarnya boleh didapati daripada sistem (persamaan angkutan) (Hafiz, [3]).

Momentum-U arah x

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho U U) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho U V) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (\mu_t \frac{\partial U}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu_t \frac{\partial U}{\partial y}) + S^U \quad (4)$$

Momentum-V arah y

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho V U) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho V V) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (\mu_t \frac{\partial V}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu_t \frac{\partial V}{\partial y}) + S^V \quad (5)$$

Keselanjaran

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho U) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho V) = 0. \quad (6)$$

Persamaan-k (tenaga kinetik)

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho k U) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho k V) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_{t,k}} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_{t,k}} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + S^k \quad (7)$$

Persamaan-ε (tenaga pelepasan)

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho \epsilon U) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \epsilon V) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_{t,\epsilon}} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_{t,\epsilon}} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + S^\epsilon \quad (8)$$

Di sini U, V masing-masingnya halaju bendalir dalam arah x dan y.

S^U = ungkapan sumber bagi U

S^V = ungkapan sumber bagi V

$S^k = G - C_D \rho \epsilon$; ungkapan sumber bagi k

$S^\epsilon = C_1 G \frac{\epsilon}{k} - C_2 \frac{\epsilon^2}{k}$; ungkapan sumber bagi ε.

$G = \mu_t \left[\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} \right]$; ungkapan penjanaan.

$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon}$; kelikatan kegeloraan.

ρ : ketumpatan air.

$\sigma_{t,k}$: no. Prandtl untuk k.

$\sigma_{t,\epsilon}$: no. Prandtl untuk ε.

C_1, C_2, C_D, C_μ : pemalar kegeloraan.

Di sini model (k-ε) yang terdiri daripada persamaan-k dan persamaan-ε digunakan dengan tujuan menjadikan sistem persamaan gelora itu tertutup (Hafiz, [2]).

3.1 Masalah yang dihadapi

Dari sistem persamaan kegeloraan di atas, didapati bahawa tekanan p yang kami perlukan berpaut dengan persamaan momentum-U dan persamaan momentum-V. Tekanan itu tidak mempunyai persamaan tersendiri seperti pembolehubah yang lain. Oleh kerana itu medan tekanan p ini tidak boleh didapati dengan hanya menyelesaikan persamaan momentum-U dan persamaan momentum-V sahaja tanpa menyelesaikankan persamaan untuk k dan ε. Satu tatacara tambahan

diperlukan bagi mendapatkan p , U dan V . Kaedah yang kami gunakan di sini dinamakan KSTPBT (singkatan untuk Kaedah Semi-Tersirat bagi Persamaan Berpaut Tekanan) (Patankar, [4]). Kaedah untuk menyelesaikan pembolehubah k dan ϵ pula kami gunakan AMTRIP (untuk Al^hwarizmi Matriks Tri^hepen^hjuru).

Satu lagi masalah yang kami hadapi ialah setiap pembolehubah hidrodinamik (U, V, p) dan pembolehubah bukan hidrodinamik (k dan ϵ) yang hendak diselesaikan itu mengandungi komponen halaju U dan V secara serentak. Ini menimbulkan kesukaran untuk menyelesaikan sistem persamaan itu secara analisis seperti yang kami sarankan sebelum ini. Tegasnya kami perlu menggunakan kaedah berangka. Bagi tujuan ini, kami memerlukan sistem persamaan diskret yang setara dengan sistem persamaan (terbitan) kegeloraan yang tersebut di atas.

3.2 Persamaan diskret

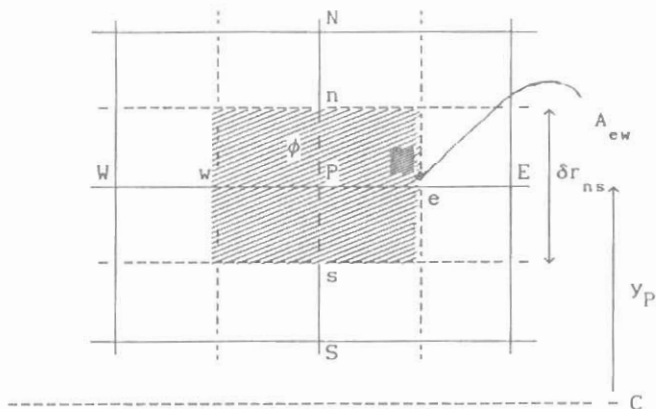
Sebelum menerbitkan persamaan diskret, kami dapati bahawa persamaan angkutan untuk pembolehubah hidrodinamik dan pembolehubah bukan hidrodinamik iaitu pers. (4), (5), (7) dan (8) boleh ditulis dalam bentuk yang lebih umum (Hafiz [2]).

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho \phi U) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \phi V) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{t, \phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{t, \phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S^{\phi} \quad (9)$$

dengan S^{ϕ} merupakan ungkapan sumber sepadan dengan pembolehubah ϕ , dan $\Gamma_{t, \phi}$ pekali resapan kegeloraan bagi ϕ .

Kaedah bagi menjelmakan persamaan terbitan di atas kepada persamaan diskret (beza terhingga) yang sepadan, dinamakan kaedah

mikro-kamiran (Gosman, [1]). Di sini persamaan diskret didapati dengan mengamirkan persamaan (9) atas isipadu terkawal (sel) untuk ϕ seperti dalam Rajah 3, untuk mendapatkan.



Rajah 3 : Sel bagi ϕ

$$\int_s^n \left\{ (\rho\phi U - \Gamma_{t,\phi} \frac{\partial\phi}{\partial x})_e - (\rho\phi U - \Gamma_{t,\phi} \frac{\partial\phi}{\partial x})_w \right\} dy + \int_w^e \left\{ (\rho\phi V - \Gamma_{t,\phi} \frac{\partial\phi}{\partial y})_n - (\rho\phi V - \Gamma_{t,\phi} \frac{\partial\phi}{\partial y})_s \right\} dx = \int_V S^\phi dV \quad (10)$$

Dengan menggunakan skema hibrid (laitu gabungan skema beza pusatan bagi nombor Peclet yang rendah dan skema "upwind" bagi nombor Peclet yang tinggi) serta melinearkan ungkapan sumber S^ϕ i. i.

$$\int_V S^\phi dv = S_P^\phi \phi_P + S_U^\phi \quad (11)$$

dengan S_U^ϕ , S_P^ϕ pemalar, persamaan diskret (10) dan (11) akhirnya didapati dalam bentuk (Hafiz, [2])

$$(a_P - S_P^\phi) \phi_P = \sum_i a_i \phi_i + S_U^\phi \quad (12)$$

Kami menggunakan skema hibrid bertujuan memberi penghampiran nilai ϕ di antara nod-nod dengan nilai ϕ di nod P dan nod jiranan N,S,E dan W. Bentuk persamaan diskret ini adalah bagi pembolehubah bukan hidrodinamik ϕ (i.i. k dan ϵ).

Di sini,

$$a_P = \sum_i a_i, \quad \sum_i \equiv \text{penjumlahan atas jiranan N,S,E,W}$$

$$a_W = \rho_w \bigcup_w A_{ew} \text{ iaitu gabungan pekali olakan dan resapan di nod W, dsb.}$$

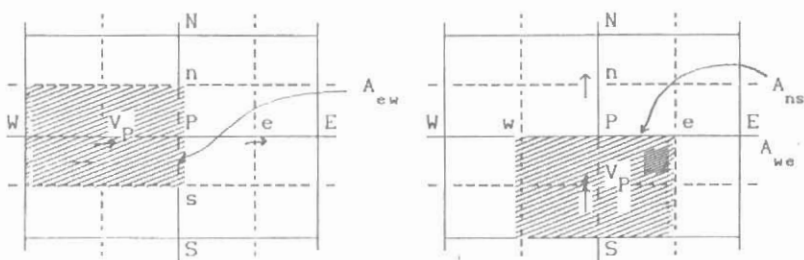
$$A_{ew} = y_P \delta r_{ns}, \text{ dsb:}$$

y_P : kedudukan pusat sel ϕ daripada garis simetri C

δr_{ns} : ketebalan sel ϕ daripada titik tengah nod-nod
n dan s

Persamaan (12) memberikan hubungan antara nilai diskret bagi ϕ di titik nod P dengan nilai-nilai ϕ di nod jiranan N,S,E,W.

Persamaan diskret bagi pembolehubah hidrodinamik (U dan V) boleh didapati dengan cara yang serupa, cuma kedudukan sel-U dan sel-V tidak menyelubungi titik nod tetapi terletak di titik pertengahan antara titik-titik nod, seperti dalam Rajah 4.



Sel-U

Sel-V

N - Utara, E - Timur, W - Barat, S - Selatan

Rajah 4 : Kedudukan Sel-U dan Sel-V dalam medan pengkomputeran

Persamaan diskret bagi halaju-U dan halaju-V adalah (Hafiz, [2])

$$\left. \begin{aligned} (a_P - S_P^U) U_P &= \sum_l a_l U_l + A_{ew} (p_W - p_P) + S_U^U \\ (a_P - S_P^V) V_P &= \sum_l a_l V_l + A_{ns} (p_S - p_P) + S_U^V \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

dengan A_{ew} , A_{ns} masing-masingnya mewakili luas permukaan sel-U dan sel-V. Kebajikan memilih kedudukan sel-U dan sel-V seperti dalam rajah 4 adalah bagi menyenangkan kami mendapatkan fluks dalam menerbitkan persamaan untuk pembetulan tekanan.

3.3 Kaedah Penyelesaian Pautan Tekanan

Persamaan beza (diskret) (12) bagi pembolehubah bukan hidrodinamik (k dan c) boleh diselesaikan secara langsung dengan menggunakan AMTRIP. Tatacara tambahan digunakan berselari dengan AMTRIP untuk menyelesaikan pembolehubah hidrodinamik (U, V dan p) digelar kaedah KSTPBT. Kedua-dua tatacara ini perlu

disebabkan medan tekanan p yang hendak diselesaikan berpaut dengan U dan V .

3.4 Pembetulan Tekanan dan Halaju

Seperti yang diketahui, medan tekanan p tidak mempunyai persamaannya tersendiri malah berpaut dengan persamaan momentum- U dan momentum- V . Oleh itu kami perlu meneka medan tekanan, p untuk mendapatkan halaju hampiran U^* dan V^* . Medan tekanan ini harus diperbaiki seliap kali lelaran sehingga persamaan keselantaran (6) dapat dipenuhi. Pembetulan tekanan p' diperolehi dari tekanan sebenar p , menerusi hubungan

$$p = p^* + p'$$

Begitu juga halaju sebenar U dan V didapati dari

$$U = U^* + U'$$

$$V = V^* + V'$$

Di sini tanda prima(') dan bintang (*) masing-masing menandakan kuantiti pembetulan dan hampiran.

Bagi mendapatkan nilai sebenar bagi p , kami perlu mengetahui persamaan untuk p' . Ini didapati menerusi persamaan (Patankar, {4})

$$a_p p'_p = \sum_i a_i p'_i + M_p \quad (14)$$

dan halaju U dan V didapati daripada

$$U_w = U_w^* + D_w (p'_w - p'_p) \quad (15)$$

$$V_s = V_s^* + D_s (p'_s - p'_p) \quad (16)$$

dengan $D_w = \frac{A_w}{(a_p - S_p^U)}$, $D_s = \frac{A_s}{(a_p - S_p^V)}$

dan M_p ialah ketidakseimbangan jisim.

Di sini A dan A masing-masingnya mewakili luas Sel-U dan Sel-V yang beza tekanan bertindak.

3.5 Ketumpuan Penyelesaian

Persamaan dalam bentuk (9), sebenarnya dapat memenuhi syarat ketumpuan Scarborough (Patankar, [4]) iaitu

$$|a_P - S_P^\phi| \leq \sum_i |a_i|$$

dengan syarat $S_P^\phi \leq 0$. Malahan dalam mencari penyelesaian, penumpuan dinilai di penghujung setiap laluan yang berasaskan sumber reja R_ϕ yang diberi oleh

$$R_\phi = (a_P - S_P^\phi) \phi_P - \sum_i a_i \phi_i - S_U^\phi$$

untuk pembolehubah ϕ .

Bagi menjamin penumpuan, kami memerlukan syarat tambahan, iaitu

$$\text{Maks} \left(\sum |R_U|, \sum |R_V|, \sum |R_P| \right) < \delta$$

dengan δ satu pemalar kecil.

4. KAEDAH PENYELESAIAN

Bagi menyelesaikan sistem persamaan (12) - (14) memerlukan langkah-langkah berikut:

- 1) Teka medan tekanan p^*
- 2) Selesaikan sistem persamaan (13) untuk menghasilkan halaju hampiran U^* dan V^* .
- 3) Selesaikan (14) untuk pembetulan tekanan p'
- 4) Kira p dari $p = p^* + p'$
- 5) Kira halaju sebenar U dan V daripada (15) dan (16).
- 6) Selesaikan persamaan (12) untuk k dan c

- 7) Medan tekanan yang diperolehi dari langkah 4) diambil sebagai tekanan baru p^* dan ulang langkah 2) dan teruskan sehingga penyelesaian didapati menumpu.

5. HASIL DIPEROLEHI

Setelah aturcara dilarikan melalui komputer IBM 3278 dari Pusat Komputer UKM, maka pekali-pekali buangan bagi tiga torehan yang dipertimbangkan (i.e. flenj, D-D/2 dan penjuru) diperolehi.

Jadual 1 menunjukkan perbezaan pekali-pekali buangan yang didapati dari teori (komputer) dengan hasil eksperimen yang terdapat dari buku BSI 1042.

	P E K A L I - P E K A L I B U A N G A N		
	Torehan flenj (PBTF)	Torehan D-D/2 (PBTDD2)	Torehan penjuru (PBTP)
Teori (Komputer)	.5955	.6077	.5895
Eksperimen (BSI 1042)	.5983	.6104	.5936
Beza $\equiv$ ralat	.0028 (.47%)	.0027 (.44%)	.0041 (.69%)

Jadual 1: Pekali-pekali buangan bagi meter orifis dengan nombor Reynolds 10^5 dan $\beta = 0.7$

6. PENUTUP

Daripada hasil di atas, kami dapati bahawa perbezaan data yang diperolehi secara ramalan (teori) dan eksperimen tidak begitu jauh. Di dapati bahawa ralat bagi torehan flenj, torehan D-D/2 adalah disekitar 0.5% manakala bagi torehan penjuru pula disekitar 0.7%. Ini menunjukkan bahawa model aliran gelora (k- ϵ) boleh digunakan dengan berkesan bagi meramalkan pekali-pekali buangan bagi aliran gelora melalui meter orifis membulat.

7. Rujukan

- [1] Gosman, A.D & Ideriah, E.J.K. 1976, *TEACH-T: A general Computer program for Two Dimensional Turbulent, Recirculating Flows*. Department of Mechanical Engineering, Imperial college, London.

- [2] Hafiz, M. 1981. *Computer Aided Mathematical Modelling of Turbulent Flows for Orifice Metering*. Ph.D thesis, The City University, London.

- [3] Hafiz, M. & Abdullah, F. 1978. *Derivation of Mathematical Equations for Describing Turbulent Flows in Relation to Flowmetering*. Department of Systems Science, The City University, London.

- [4] Patankar, S.V. 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. London: McGraw Hill.