

Pensuaian Model Taklinear Gompertz Terhadap Pertumbuhan Pokok Koko

Md. Yunus Jaafar

Program Metodologi Statistik

MARDI, Peti Surat 12301

GPO., 50774 Kuala Lumpur, Malaysia

Abstrak Pensuaian model taklinear sigmoid Gompertz mencapai pengoptimuman wajar menggunakan tatacara pemimumuman Levenburg-Marquardt. Bilangan lelaran parameter model, pengiraan yang dikehendaki dan penstabilan titik pegun bergantung bererti pada hampiran asal titik mula. Data yang digunakan untuk mensuai model taklinear ini ialah data cerapan pertumbuhan daun koko di bawah tiga naungan 30%, 60%, dan 90% mengikut masa (hari). Penganggaran model terhadap data itu menerapkan pakej SAS, PROC NLIN pada komputer kerangka utama MARDI. Titik mula ad hoc membantu algoritma pemimumuman meraih titik pegun dalam 11, 8, dan 10 lelaran dalam penganggaran parameter model Gompertz terhadap masing-masing pertumbuhan daun koko bawah naungan 30%, 60%, dan 90%. Model tersuai itu telah didiagnosis menggunakan pentaksiran kesesuaian model taklinear yang merangkumi ujian nisbah- t , selang keyakinan, matriks korelasi parameter, analisis reja, dan ujian kenormalan varians reja. Penganatomian model tersuai menampilkan kelok Gompertz merupakan model paling sesuai menerangkan ciri pertumbuhan pokok koko bawah tiga naungan itu. Kadar pertumbuhan relatif di bawah naungan-naungan 30%, 60%, dan 90% masing-masing ialah 0.061, 0.032 dan 0.031 $\text{mm mm}^{-1} \text{ hari}^{-1}$.

Katakunci Model taklinear Gompertz, anggaran parameter, titik mula, algoritma penumpuan, dan kadar pertumbuhan bandingan.

Abstract *The fitting of Gompertz nonlinear sigmoid model attains optimization using the Levenburg-Marquardt minimization procedure. The number of parameter iterations and estimations required and the stability of the stationary point or convergence criterion met depend significantly on the initial approximations of the starting values. The Gompertz nonlinear model was fitted on the shaded cocoa leaf growth using SAS package, PROC NLIN on MARDI's mainframe computer. Ad hoc initialization values helped the minimization algorithm to reach stationary points in 11, 8, and 10 iterations for parameter estimations of the Gompertz model on 30%, 60%, and 90% shaded cocoa leaf*

expansion respectively. The fitted models were diagnosed using nonlinear model adequacy measures constituting t -ratio test, confidence interval, parameter correlation matrix, analysis of residuals, and normality test. An anatomy of the estimated models indicates that the three Gompertz model representing three cocoa leaf growth is the most apt functions to describe the growth of the cocoa plant. The relative growth rate of the cocoa plant under 30%, 60%, and 90% shades are 0.061, 0.032, and 0.031 $\text{mm mm}^{-1} \text{day}^{-1}$ respectively.

Keywords *Nonlinear Gompertz model, parameter estimations, starting values, convergence algorithm, stationary points, model anatomy and relative growth rate.*

1 Pendahuluan

Pertumbuhan pokok dan haiwan adalah kejadian tabii yang kompleks. Kejadian ini boleh diungkapkan dalam model matematik yang kompleks pula. Umpamanya ia berbentuk taklinear. Sesuatu model itu dikatakan taklinear apabila parameternya taklinear, iaitu penyelesaiannya ke titik wajar memerlukan terbitan model merujuk kepada parameter-parameternya. Sementara itu, untuk menganggar parameter tersebut memerlukan pula nilai kuantiti titik awal. Titik mula ini menjadi kaedah pengoptimuman yang meraih penyelesaian wajar sejagat. Begitulah kompleksnya hendak mencapai penyelesaian bagi model taklinear intrinsik ini.

Pensuaian model taklinear adalah sukar. Maksudnya mensuai model Gompertz atau model-model taklinear lain (Yunus [11]) terhadap pertumbuhan daun koko bawah tiga naungan adalah sukar. Maka tulisan ini memaparkan kaedah pensuaian model Gompertz ini. Pertumbuhan daun koko yang menjadi perhatian (penyelidikan) dalam tulisan ini ialah pertumbuhan atau pengembangan daun koko, yang dikawal dalam makmal rumah kaca, bawah naungan cahaya matahari 30%, 60%, dan 90%. Memanglah tabii tanaman ini memerlukan naungan (ditanam di bawah pokok saka) demi memperolehi hasil tinggi. Tulisan ini juga bertujuan meneroka jenis naungan optimum bagi penghasilan koko. Dan model yang dipilih, menurut penyelidikan Yunus [10] dan [11] ialah fungsian matematik Gompertz taklinear.

Sekiranya segala penganggaran parameter fungsi Gompertz taklinear yang menerangkan data pengembangan daun koko itu dapat dianggar sambil teruji kukuh oleh aneka pentaksiran berstatistik maka model Gompertz ini dikatakan menemui penyelesaian wajar. Pensuaian fungsi Gompertz taklinear, pada hakikatnya, merupakan masalah penggunaan algoritma penumpuan kuasadua terkecil taklinear dalam pemodelan ini. Demikianlah, pensuaian model Gompertz dicapai sekiranya hasil tambah kuasadua reja mencapai nilai kuantiti minimum. Proses pensuaian dan penganggaran berkait rapat dengan varians minimum.

Algoritma penumpuan atau pengoptimuman iaitu kaedah lalaran parameter digunakan demi mencapai penyelesaian varians minimum (atau hampir sifar) itu. Walau bagaimanapun, untuk menggunakan algoritma penumpuan ini maka parameter yang dianggar mesti mempunyai titik mula yang hampir kepada nilai anggaran sebenar. Pemilihan nilai titik awalan yang baik itu membantu pencapaian titik wajar dengan pantas. Dalam kajian ini, pensuaian model Gompertz dan penganggaran parameternya menggunakan algoritma lalaran Levenburg-Marquardt.

Kajian ini mempunyai tujuan dasar yang merangkumi (i) Pensuaian dan pendiagnosisan model Gompertz terhadap data pertumbuhan daun koko bawah tiga naungan ujikaji 30%, 60%, dan 90%, (ii) untuk perbandingan paras naungan (level of shades) mana yang terbaik untuk pertumbuhan pokok dengan mengira kadar pertumbuhan perbandingan (Relative Growth Rate, RGR) pokok koko di bawah naungan yang berbeza itu.

Pensuaian model Gompertz ini berpunca dari tabii pertumbuhan daun itu berbentuk-S (sigmoid) yang cocok dengan tabii model ini apabila dilakar bergraf maka ia berbentuk sigmoid. Pada hakikatnya, model sigmoid Gompertz telah diterapkan secara lebih meluas dalam bidang penyelidikan populasi, pertumbuhan haiwan, pertumbuhan pokok secara am dan ekonomi pengeluaran.

Jadual 1: Data cerapan pertumbuhan daun koko di bawah tiga naungan

Masa (Hari)	Pertumbuhan daun (mm)		
	30% naungan	60% naungan	90% naungan
1	0.92	1.17	0.97
3	1.35	1.72	1.52
5	1.72	2.53	2.78
7	2.30	3.58	2.78
9	3.14	5.02	6.70
11	4.15	8.73	11.52
13	6.08	9.28	15.32
15	8.10	9.60	19.95
17	8.88	10.98	21.64
19	11.15	12.40	22.78
21	13.42	13.50	23.22
23	13.90	13.88	23.22
25	13.93	13.88	23.22
27	13.93	13.88	23.22
29	13.93	13.88	23.22
31	13.93	13.88	23.22

2 Bahan dan Kaedah

Suatu set data pertumbuhan daun koko di bawah naungan-naungan 30%, 60%, dan 90% dipaparkan dalam Jadual 1. Pengembangan panjang daun koko bawah tiga naungan tersebut telah dipungut atau dicerap selang dua hari dalam ujikaji rumah kaca, di stesen ujikaji MARDI, Serdang. Graf cerapan pengembangan daun mengikut masa (hari) telah dilakar.

Bentuk graf itu menunjukkan ia berbentuk-S yang disajikan dalam Rajah-rajah 1a, 1b, dan 1c.

2.1 Model Taklinear Gompertz

Fungsi matematik telah lama digunakan dalam penyelidikan pertumbuhan organisme. Kegunaan fungsi pertumbuhan ini bersifat empirikal. Fungsi ini boleh menterjemahkan pertumbuhan pokok tersebut secara kuantitatif. Tiga persamaan bermatematik fungsi Gompertz (persamaan (1), (2), dan (3) di bawah) adalah mempunyai pengertian biologikal. Persamaan-persamaan matematik tersebut jelas taklinear sifatnya. Parameter model ini mempunyai pengertian biologikal berhubungkait dengan alam flora dan fauna. Kelok pertumbuhan ini berbentuk-S. Gejala ini merupakan kejadian semulajadi dalam lapangan biologi, pertanian, kejuruteraan dan ekonomi. Kelok berbentuk-S (sigmoid) bermula pada suatu titik tetap sebagai permulaan. Kelok ini semakin menaik secara ekanada (monotonic) sehingga mencecah titik lengkung balas, yang selepas itu makin lama semakin mencapai nilai pegun. Tabii pertumbuhan berbentuk sigmoid ini berlaku pada kuantiti-kuantiti berat, keluasan permukaan, panjang dan lebar daun yang diukur mengikut masa (hari, minggu, bulan dsb). Suatu bentuk persamaan bermatematik kelok Gompertz yang umum oleh Hunt [9] dan Causton dan Venus [4] adalah seperti berikut

$$f(x) = f_0 A^{B^x} \quad (1)$$

dengan

$$\begin{aligned} A &= e^{-e^B} \\ B &= e^{-\gamma} < 1 \end{aligned}$$

Fungsi $f(x)$ adalah fungsi pertumbuhan organisme mengikut masa x , dan asimptot f_0 diukur dari titik mula/asal sifar, A ukuran lokasi kelok daripada paksi x , $B < 1$, β ialah kadar pertumbuhan dan γ pemalar.

Pada $x = 0$, $f = \alpha e^{-\beta}$. Titik lengkung balas model Gompertz terjadi pada $x = (\ln \beta / \gamma)$. Kelok asimetri lengkung balas terjadi pada α / e . Menurut Ratkowsky [17], bentuk matematik kelok Gompertz taklinear adalah seperti berikut

$$f(x) = \alpha e^{-e^{\beta - \gamma x}} \quad (2)$$

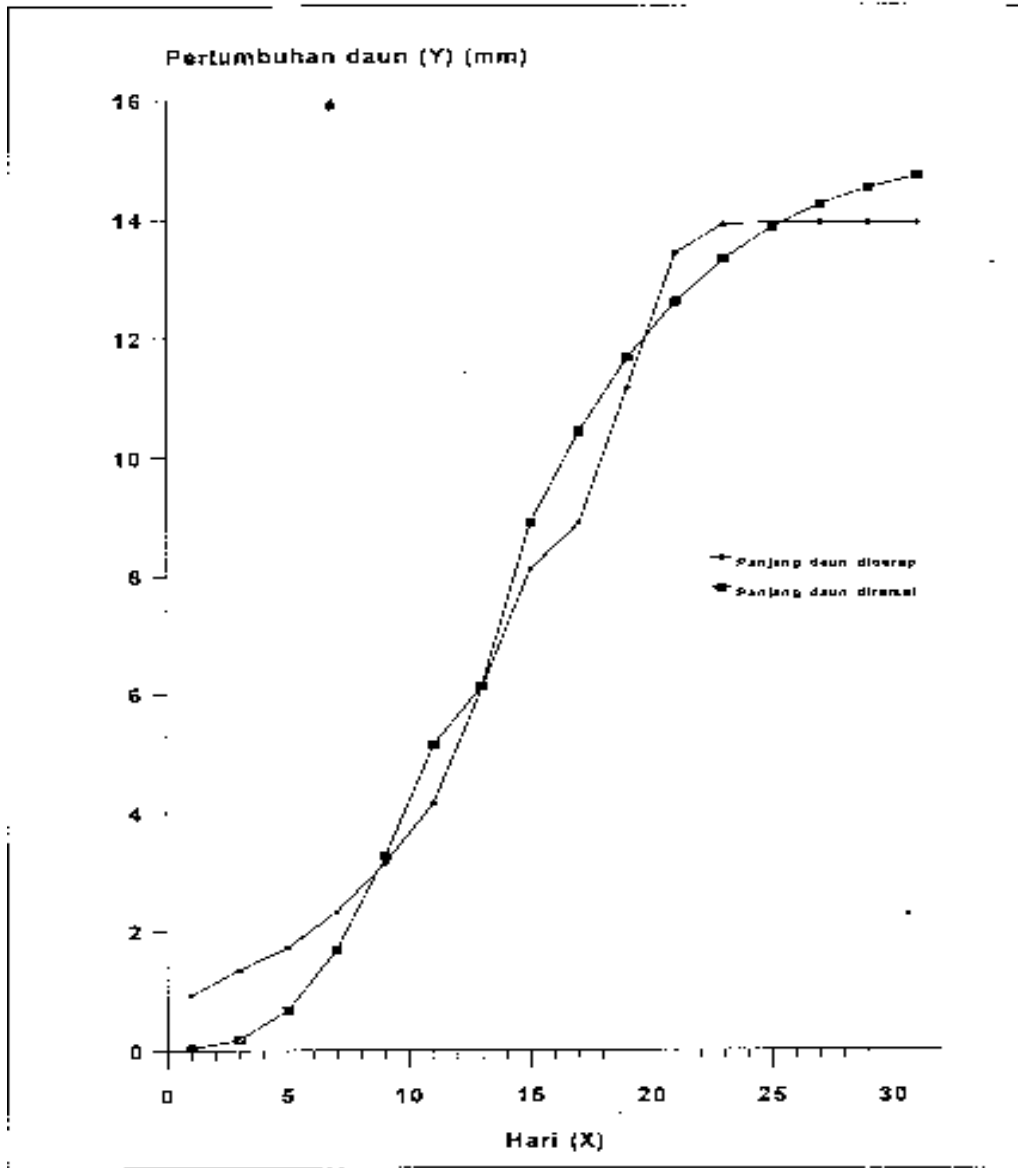
dengan $\alpha = f_0$ yang mewakili nilai kuantiti pertumbuhan organisme minimum atau maksimum. Selain daripada persamaan matematik tersebut di atas Causton dan Venus [4] memaparkan kelok Gompertz diberikan dalam bentuk

$$f(x) = e^{\alpha - \beta^\gamma} \quad (3)$$

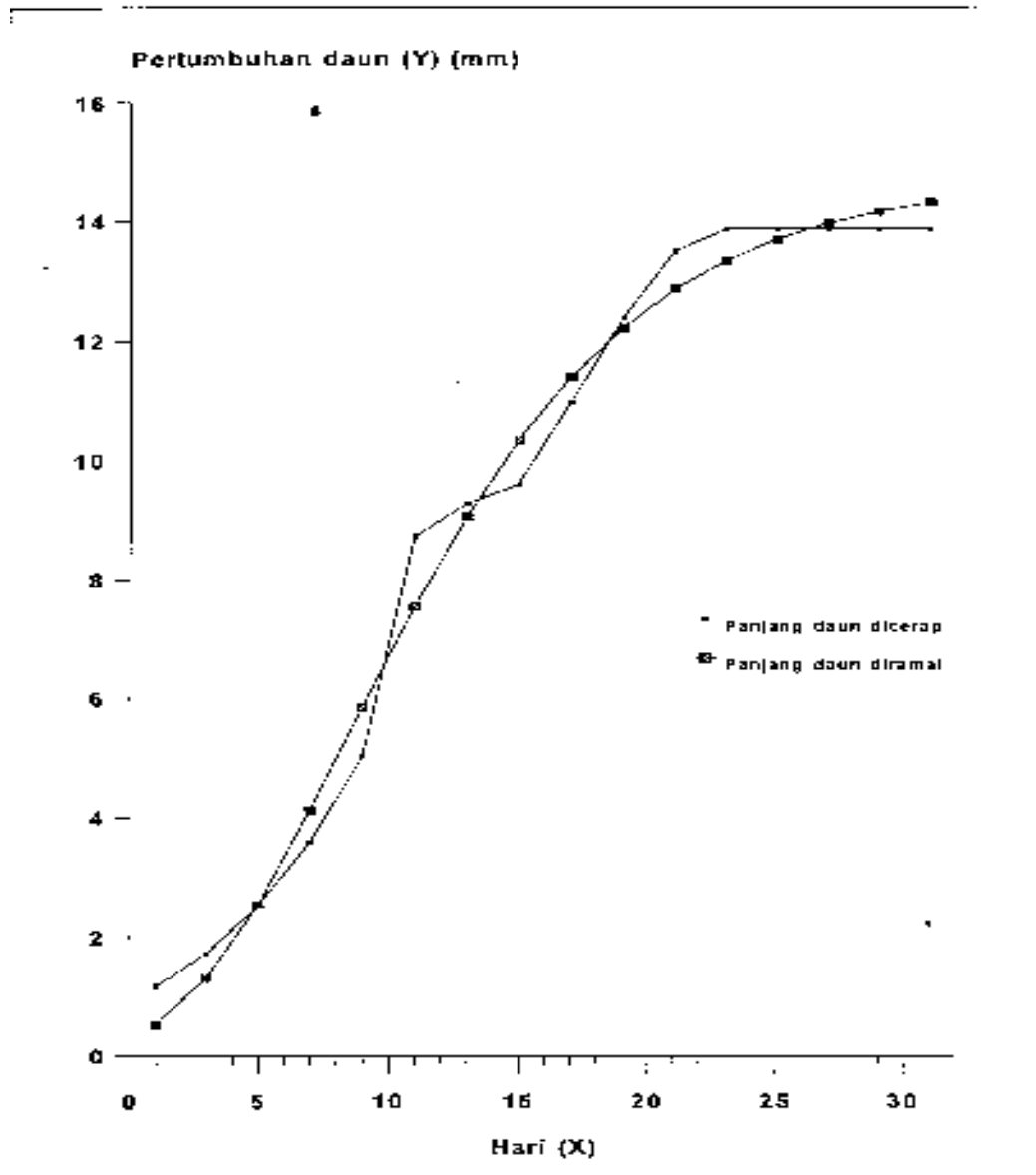
di mana α kuantiti minimum atau maksimum, β kadar pertumbuhan organisme dan γ pemalar.

Kadar pertumbuhan organisme pula diungkapkan oleh Seber dan Wild [23] dalam persamaan terbitan berikut

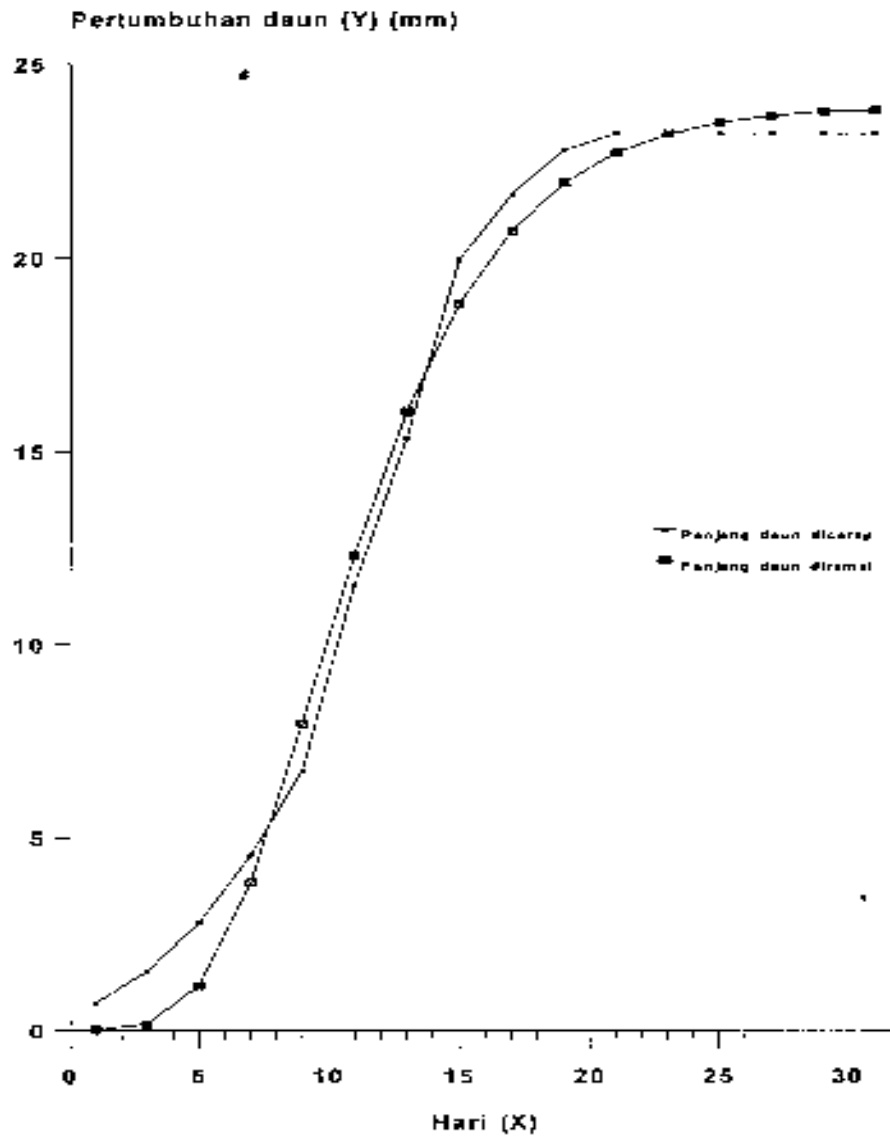
$$f'(x) = \gamma f(\log \alpha - \log f)$$



Rajah 1a: Plot tebaran data cerapan dan anggaran ramalan pertumbuhan daun koko dibawah 30% naungan



Rajah 1b: Plot tebaran data cerapan dan anggaran ramalan pertumbuhan daun koko dibawah 60% naungan



Rajah 1c: Plot tebaran data cerapan dan anggaran ramalan pertumbuhan daun koko dibawah 90% naungan

di mana $\gamma > 0$ dan $\alpha > 0$ dan kadar pertumbuhan bandingan, RGR (Relative Growth Rate) diperolehi menggunakan rumusan

$$\text{RGR} = \frac{\log f_{i+1} - \log f_i}{x_{i+1} - x_i}$$

RGR merupakan nilai kuantitatif pertumbesaran organisme itu. RGR ialah pertambahan dalam bahan organisme tanaman setiap unit bahan organisme setiap unit masa. Ianya memberikan maklumat prestasi bandingan pertumbesaran tanaman. Kuantiti ini adalah pemalar fisiologi. Pemalar ini menerangkan kecekapan tanaman/pokok itu sebagai kilang pengeluaran organ (umpamanya daun) yang baru.

Model Gompertz ini banyak digunakan dalam bidang biologi dan pertanian berbanding bidang lain (Causton dan Venus [4]). Ia digunakan dengan meluas dalam menganalisis data tumbesaran tanaman. Data pertumbesaran organisme yang kerap diselidiki ialah pertumbuhan daun (Hunt [9]). Model Gompertz memainkan peranan penting dalam mensuai kelok pertumbesaran daun (Causton dan Venus [4]). Amer dan Williams [1] telah menggunakan model Gompertz untuk mensuai kelok pertumbesaran daun *Pelargonium*. Sementara Rawson dan Hackett [18] pula mensuai model ini terhadap data pengembangan daun tembakau.

2.2 Titik Mula dan Algoritma Pengoptimuman

Pensuaian model taklinear memerlukan nilai titik mula parameter dalam penganggarannya. Syarat ini tidak terkecuali bagi mensuai model taklinear Gompertz ini. Titik mula bagi parameter boleh dicapai sama ada secara cuba-cuba ad hoc, dianggar atau kuantiti itu diperolehi berpandukan pengalaman lepas. Memanglah sukar untuk memperolehi titik awal bagi parameter yang wajar. Masih belum ada kaedah tertentu untuk mengatasi masalah ini secara menyeluruh. Titik mula yang baik dan wajar ialah yang hampir dengan kuantiti pegun sejagat yang sebenar. Penyelesaian ke titik wajar bermakna ia meraih penumpuan wajar sejagat.

Sementara itu, algoritma pengoptimuman kuasadua terkecil taklinear digunakan untuk mencapai penganggaran parameter wajar sejagat. Penumpuan sejagat dengan kaedah pengoptimuman ini dapat menggarap hasil tambah kuasadua reja yang minimum. Algoritma tersebut merangkuli kaedah Gauss-Newton, Levenburg-Marquardt, kaedah penurunan curam dan kaedah DUD (Does Not Use Derivative). Ada pendapat menyatakan bahawa algoritma yang kerap digunakan ialah kaedah Gauss-Newton (Draper dan Smith [6]), disamping algoritma Levenburg-Marquardt (Levenburg [14]; dan Marquardt [15]) yang merupakan algoritma pengubahsuaian di antara kaedah penurunan curam dan kaedah Gauss-Newton tersebut. Penggunaan algoritma ini memerlukan terbitan fungsi pilihan tentatif merujuk kepada parameter yang terbit, dan ia juga memerlukan titik mula parameter yang baik, iaitu titik mula yang hampir kepada nilai sebenar.

Titik mula parameter diperlukan oleh semua kaedah penganggaran model taklinear intrinsik menerusi kuasadua terkecil taklinear tersebut untuk mencapai penyelesaian wajar sejagat. Sebagai pengubahsuaian kaedah-kaedah penurunan curam dan Gauss-Newton yang lebih unggul Levenburg-Marquardt lebih berkesan menganggar parameter model ini. Pelelaran parameter didapati pantas menumpu penyelesaian sejagat. Apabila ada titik mula yang munasabah, penumpuan ke titik pegun terjadi dalam beberapa langkah sahaja yang kurang daripada 50 lelaran (SAS [19] dan [20]). Namun ada kalanya juga pelelaran

yang menumpu ke titik pegun itu lebih dari langkah itu. Walau bagaimanapun kriteria penumpuan masih dicapai. Penumpuan dicapai apabila varians minimum diperolehi.

2.3 Kompromi Levenburg-Marquardt

Kaedah ini ialah hasil pengubahsuaian antara kaedah penurunan curam dengan kaedah Gauss-Newton. Sekiranya cuma menggunakan kaedah Gauss-Newton didapati lelaran parameter-parameter menampilkan ralat oleh kesingularitan matriks terbitan V yang menatijahkan parameter-parameter hampir saling bersandar antara satu sama lain. Apabila matriks V hampir singular pertambahan Δ boleh jadi besar. Ini menyebabkan parameter dalam rantau penganggaran itu tidak bererti. Masalah ini dapat diatasi dengan mengira pertambahan Δ mengikutimbangan berangka. Kaedah umum mengatasi masalah hampir singular itu ialah mengubahsuaikan pertambahan Gauss-Newton menjadi seperti berikut

$$\Delta(K) = (V^T V + KI)^{-1} V^T (y - F(\theta)) \quad (4)$$

sebagaimana dicadangkan oleh Levenburg [14], atau mengubahsuaikannya ke dalam bentuk

$$\Delta(K) = (V^T V + KD)^{-1} V^T (y - F) \quad (5)$$

sebagaimana dicadangkan oleh Marquardt [15]. K ialah faktor bersyarat bagi anggaran tertakrif baik, dan D ialah matriks pepenjuru dengan unsurnya bersamaan dengan unsur pepenjuru bagi $V^T V$. V ialah derivatif matriks kovarians. Kaedah ini dinamai kompromi Levenburg-Marquardt kerana arah pertambahan $\Delta(K)$ adalah kompromi di antara hala pertambahan Gauss-Newton K cenderung ke sifar dan hala kaedah penurunan curam

$$\frac{V^T (y - F(\theta))}{\|V^T (y - F(\theta))\|}$$

di mana ($K \rightarrow \infty$). Algoritma Kuasadua terkecil taklinear boleh digunakan dengan cekap meskipun anggaran parameter adalah multikolinear. Algoritma Levenburg-Marquardt dapat mengatasi masalah multikolinear itu dalam pensuaian model taklinear Gompertz ini.

2.4 Anatomi Model Taklinear

Selanjutnya model yang disuai ditaksir kesuaiannya (kebagusan cocokan). Model Gompertz yang tersuai itu didiagnosis/taksir kesuaiannya dalam memerihalkan data cerapan pengembangan daun koko. Pentaksiran terhadap model ini perlu dilaksanakan bagi memastikan yang model itu sesuai dengan data. Ujian kesuaian model taklinear pada amnya merangkumi ujian nisbah-t (Fisher [7] dan [8]; Ratkowsky [17]; Bates dan Watts [3]), selang keyakinan parameter (Seal [21]; Younger [25]; Johnson dan Wichern [13]), matriks korelasi parameter asimptot (Draper dan Smith [6]; Bates dan Watts [3]), analisis reja (Anscombe dan Tukey [2]; Weisberg [24]; Cook dan Weisberg [5]; Mosteller, Fienberg dan Rourke [16]), dan ujian Kenormalan (Seber [22]).

2.5 Pemrograman SAS, PROC NLIN

Tatacara analisis data yang digunakan untuk mensuai model Gompertz ini dan menganggar parameter-nya ialah tatacara pakej SAS, PROC NLIN (procedure nonlinear) (SAS Institute

[19] dan [20]. PROC NLIN menggunakan kaedah pelepasan Levenburg-Marquardt. Algoritma pengoptimuman ini ialah kaedah pelepasan kuasadua terkecil taklinear menggunakan nilai titik mula ad hoc bagi parameter untuk mencapai penyelesaian wajar sejagat ke titik pegun. Analisis data berstatistik dilaksanakan pada komputer kerangkautama IBM 4381-M11.

3 Keputusan dan Perbincangan

Lakaran bergraf hubungan antara data dicerap dengan data nilai ramalan tumbesaran daun koko di bawah naungan 30%, 60%, dan 90% dengan masa (hari) disajikan dalam Rajah-rajah 1a, 1b, dan 1c. Rajah-rajah tersebut menunjukkan yang cerapan bertaburan berbentuk-S atau dinamakan berbentuk sigmoid. Demikianlah model taklinear sigmoid Gompertz itu telah disuai terhadap data pertumbesaran daun koko sebagaimana dilaksanakan dalam penyelidikan ini. Algoritma pengoptimuman taklinear terpasti dan terbukti meraih titik pegun dengan nilai kuantitatif titik awalan parameter yang baik sehinggakan penumpuan pantas terjadi.

Titik awal ad hoc tersebut merangkumi $\alpha = 10$, $\beta = 5$ dan $\gamma = 1$ (Yunus [12]). Bilangan langkah menumpu bagi algoritma lelaran Levenburg-Marquardt kuasadua terkecil taklinear untuk pengoptimuman fungsi Gompertz terhadap data dipersembahkan dalam Jadual 2. Ciri penumpuan penganggaran parameter meraih titik pegun dicapai dalam 11, 8, dan 10 lelaran bagi model Gompertz ke atas data pengembangan daun koko masing-masing bawah naungan 30%, 60%, dan 90%. Peminimuman hasiltambah kuasadua raja yang bermakna penumpuan ke titik penyelesaian wajar sejagat dicapai dengan masing-masing kuantitinya 7.89, 4.82, dan 12.73 yang seiras bersetuju dengan hasiltambah kuasadua regresi taklinear pertumbesaran daun terhadap masa terkandung dalam anova regresi (Jadual 3).

Bagi data naungan 30% parameter yang dilelar bertumpu wajar itu ialah $\alpha = 15.68$, $\beta = 1.73$ dan $\gamma = 0.15$ ditunjukkan dalam Jadual 4. Bagi data naungan 60% lelaran mencapai titik pegun wajar sejagat pada $\alpha = 14.71$, $\beta = 1.36$ dan $\gamma = 0.16$. Pensuaian model Gompertz bagi data naungan 90% pelepasan parameter mencapai titik pegun wajar pada $\alpha = 23.96$, $\beta = 2.38$ dan $\gamma = 0.25$.

Analisis varians regresi taklinear pertumbesaran daun koko terhadap tempoh masa (hari) (Jadual 3), anggaran parameter, ralat piawai asimptot dan selang keyakinan 95% bagi parameter model Gompertz disajikan dalam Jadual 4. Persetujuan antara kuantiti hasiltambah kuasadua raja minimum dengan hasiltambah kuasadua regresi dalam anova merupakan petanda keseluruhan yang kokoh terhadap keberpadaan model Gompertz yang disuai. Pada takat ini meskipun semua syarat keberpadaan model Gompertz belum diungkapkan, namun sudah boleh ditaabirkan yang model taklinear sigmoid Gompertz tersebut adalah sesuai memerihalkan data kajian ini. Pensuaian model taklinear ini adalah memuaskan. Pemeriksaan selanjutnya kesuaian (kebagusan-cocokan) model dilaksanakan dengan menggunakan anggapan kenormalan varians raja pula.

Sementara itu, nisbah nilai- t bagi parameter yang teranggar digunakan untuk memeriksa atau mentaksir sumbangan parameter pada model Gompertz tersuai. Nisbah- t boleh ditakrifkan sebagai nisbah bagi parameter teranggar kepada ralat piawai asimptot. Nilai t yang tinggi berbeza dari sifar menyekutui parameter teranggar memberi makna anggaran parameter itu baik menyumbang kepada keberpadaan model yang boleh dikira dari maklumat dalam Jadual 4. Ciri lain dalam mentaksir kesuaian model Gompertz yang tersuai

Jadual 2: Fasa pelepasan kuasadua terkecil taklinear bagi anggaran model Gompertz untuk pertumbesaran daun kokoVariant endogen: Pertumbesaran daun (y)Variant eksogen: hari (x)

Naungan	Bilangan Lelaran	Parameter kelok Gompertz			Hasiltambah Kuasadua Reja
		α	β	γ	
30%	0	10.00	5.00	1.00	236.59
	1	10.17	4.51	0.68	170.35
	2	11.08	3.91	0.42	71.35
	3	12.62	3.66	0.33	30.15
	4	13.96	2.05	0.17	16.85
	5	15.51	1.77	0.15	7.99
	6	15.66	1.74	0.15	7.89
	7	15.68	1.73	0.14	7.88
	8	15.68	1.73	0.14	7.88
	9	15.68	1.73	0.14	7.88
	10	15.68	1.73	0.14	7.88
60%	0	10.00	5.00	1.00	151.68
	1	11.24	4.53	0.72	87.10
	2	11.99	4.02	0.52	45.94
	3	12.96	1.56	0.17	29.00
	4	14.66	1.36	0.16	4.83
	5	14.71	1.37	0.16	4.82
	6	14.71	1.37	0.16	4.82
	7	14.71	1.37	0.16	4.82
	8	14.71	1.37	0.16	4.82
90%	0	10.00	5.00	1.00	1508.61
	1	18.51	4.29	0.45	203.33
	2	23.15	2.67	0.27	22.21
	3	23.88	2.49	0.26	12.89
	4	23.95	2.40	0.25	12.74
	5	23.96	2.38	0.25	12.74
	6	23.96	2.40	0.25	12.74
	7	23.96	2.38	0.25	12.74
	8	23.96	2.38	0.25	12.73
	9	23.96	2.38	0.25	12.73
	10	23.96	2.38	0.25	12.73

ini ialah memeriksa selang keyakinan 95% parameter teranggar itu sendiri. Jadual 4 mengandungi juga selang keyakinan 95% asimptot bagi parameter. Kita mencerap, daripada jadual itu, bahawasanya, selang keyakinan (perbandingan sempadan bawah dan sempadan atas) tidak bertindih dengan sifar dan semuanya positif. Kuantiti ini mempersembahkan petunjuk kukuh terdapatnya perkaitan antara pembolehubah endogen bersandar dengan variat eksogen tempoh masa (hari). Selang keyakinan yang tentu positif, secara keseluruhannya, menolak peranggapan wujudnya selang keyakinan yang lebar dan bertindih dengan titik sifar.

Jadual 3: Regresi Anava untuk kelok Gompertz terhadap tiga naungan pertumbuhan daun pokok koko terhadap masa (hari)

Punca Variasi	DK	30% naungan		60% naungan		90% naungan	
		HTKD	MKD	HTKD	MKD	HTKD	MKD
Regresi	3	1485.35	492.12	1718.26	572.8	5051.30	1683.77
Reja	13	7.89	0.61	4.82	0.37	12.73	0.98
Jumlah cerapan	16	1493.24		1723.08		5064.03	
Jumlah betulan	15	423.46		335.74		1250.00	

Pelabelan HTKD: Hasil tambah Kuasadua
 MKD: Min Kuasadua
 DK: Darjah Kebebasan

Pentaksiran kesesuaian model Gompertz juga menjurus kepada matriks korelasi asimptot parameter yang teranggar dipaparkan dalam Jadual 5. Matriks korelasi menentukan sama ada parameter-parameter α , β , dan γ tersebut berkorelasi tinggi berlebihan iaitu apabila pekali korelasi yang melampaui 0.99 mempamerkan lebih pemparameteran. Faktor yang menyumbang kepada korelasi tinggi bergantung kepada jenis data dan model yang hendak disuai yang bertitik-tolak daripada lakaran graf data cerapan. Bates dan Watts [3] menyarankan bahawa korelasi melebihi 0.99, dan bukan sebaliknya, secara mutlak patut diperiksa selanjutnya (seperti mensuai model taklinear lain).

Parameter-parameter yang bekorelasi tinggi begini (menjejaki 0.99) memberi maklumat serupa meskipun masing-masing parameternya berbeza. Matriks korelasi asimptot terkandung dalam Jadual 5 itu memberi petunjuk wujudnya hubungan perkorelasi antara parameter. Walau bagaimanapun, ia masih belum melampaui pekali korelasi 0.99 tadi. Ini menandakan tidak wujud lebih pemparameteran. Umpamanya, pekali korelasi antara b dan g (Jadual 5) adalah sederhana tinggi iaitu hanya 0.96, namun kuantiti ini tidak cukup tinggi sehingga melebihi 0.99 (Draper dan Smith [6]; dan Bates dan Watts [3]) untuk mencerminkan wujudnya lebih pemparameteran bagi model tersuai itu. Maksudnya model Gompertz dengan bilangan tiga parameter α , β dan γ adalah sesuai.

Selanjutnya, kesesuaian model Gompertz boleh juga didiagnosis melalui analisis reja. Analisis reja ialah analisis perbezaan antara nilai reja cerapan dengan nilai kuantiti ang-

garan jangkaan cerapan. Analisis ini membantu mengenalpasti secara bergraf kesesuaian model taklinear tersebut. Perhatian khusus menjurus ke atas analisis reja ini sama ada wujud taburan titik homogen seragam, tiada arah aliran telatah lakaran sebaran titik reja yang sistematik atau cuma mempamerkan varians bukan malar.

Jadual 4: Anggaran, ralat piawai asimptot dan selang keyakinan 95% kelok Gompertz tersesuai

Parameter	Anggaran	Ralat piawai Asimptot	Selang keyakinan 95%	
			Sempadan bawah	Sempadan atas
30% naungan				
α	15.68	0.84	13.87	17.49
β	1.73	0.20	1.30	2.16
γ	0.15	0.12	0.10	0.19
60% naungan				
α	14.71	0.44	13.75	15.66
β	1.37	0.13	1.09	1.64
γ	0.16	0.02	0.13	0.19
90% naungan				
α	23.96	0.49	22.89	25.03
β	2.38	0.24	1.87	0.89
γ	0.25	0.02	0.20	0.31

Seandainya, plot reja dengan anggaran menunjukkan varians ralat homogen dan anggaran tertera pada analisis reja itu, maka model tersuai adalah wajar. Analisis reja bagi model Gompertz terhadap data tiga jenis naungan pengembangan daun koko itu disajikan dalam rajah 2a, 2b, dan 2c. Sisihan varians reja ialah kuantiti sumbangan kesesuaian model secara sistematik. Rajah menunjukkan bahawa reja bertaburan rambang dan varians ralat homogen serta bertaburan takbersandar.

Meskipun ada titik pencilan namun ketrampilannya tidak merobah bentuk tebaran rambang titik secara keseluruhannya. Bentuk taburan titik-titik dalam analisis reja itu memenuhi syarat, bahawasanya, hasil tambah reja dalam tiap cerapan adalah minimum. Analisis reja dalam rajah-rajah tersebut, sebenarnya, secara penghampirannya menyokong taksiran-taksiran terdahulu, dalam tulisan ini, bahawa model-model Gompertz itu sesuai bagi memerihalkan data pertumbuhan daun koko bawah tiga naungan (shades) yang dikaji.

Jadual 5: Matrik korelasi Asimptot parameter kelok Gompertz bagi pertumbuhan pokok koko

Naungan Parameter	Peratus naungan								
	30%			60%			90%		
	α	β	γ	α	β	γ	α	β	γ
α	1.00			1.00			1.00		
β	-0.68	1.00		-0.54	1.00		-0.52	1.00	
γ	-0.86	0.93	1.00	-0.79	0.89	1.00	-0.65	0.96	1.00

Sementara itu, plot kebarangkalian normal varians reja bagi model Gompertz yang disuai dipaparkan dalam Rajah 3. Plot tersebut menyajikan taburan titik-titik secara ekanada (monotonic) linearnya semakin menaik. Ini jelas memberi petunjuk bahawa varians reja model kajian hampir normal. Justeru itu, dapatlah diutarakan yang model Gompertz tiga parameter α , β dan γ ini merupakan fungsi jelas tertakrif memerihalkan proses pertumbuhan daun koko itu.

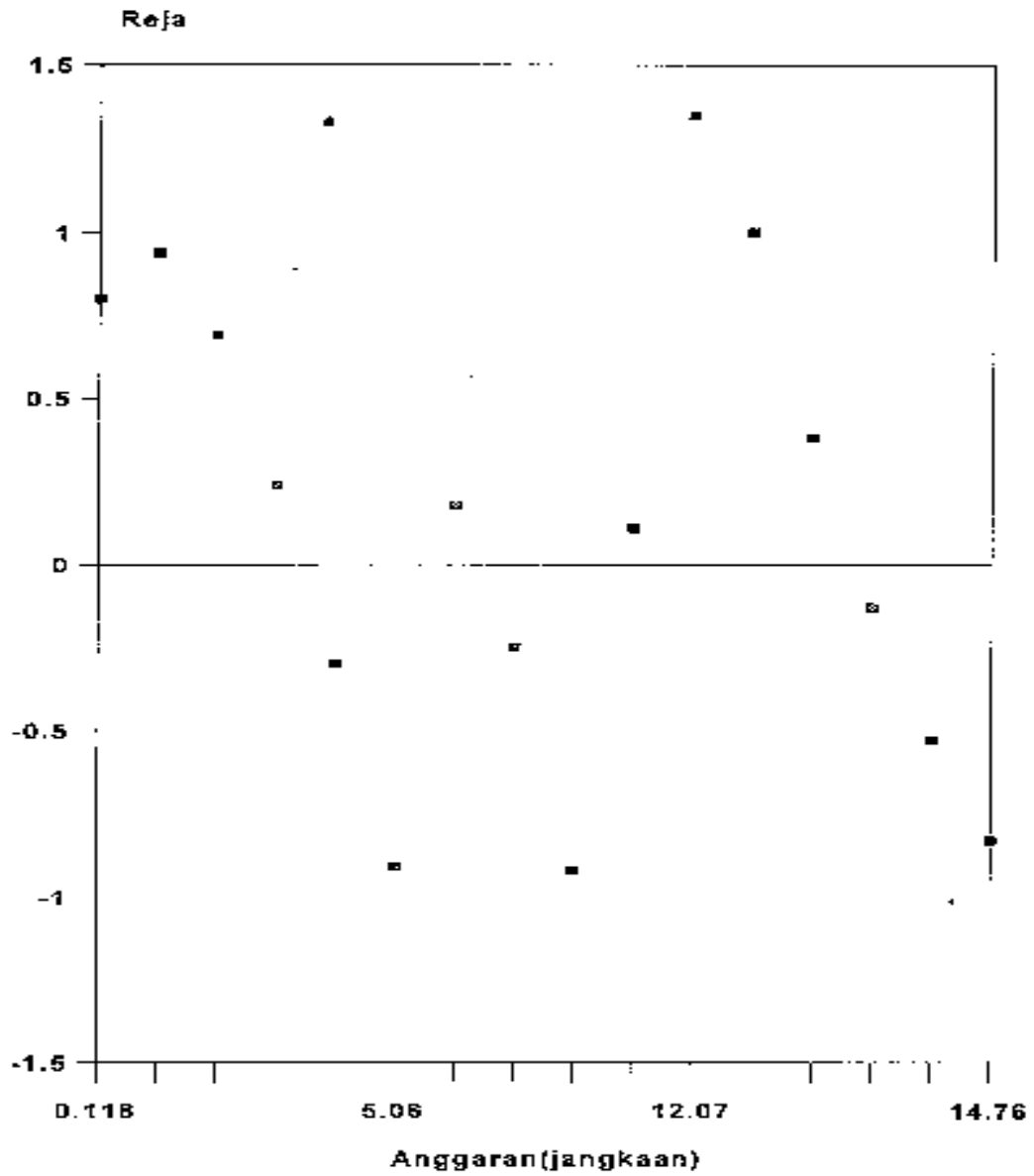
Jadual 6: Model tak linear Gompertz dan kadar pertumbuhan bandingan pokok dibawah tiga paras naungan

Paras naungan (%)	Model Gompertz	Kadar pertumbuhan (mm mm ⁻¹ hari ⁻¹)	Kadar Tumbuh Bandingan (mm mm ⁻¹ hari ⁻¹)
30	$y = 15.68e^{-e^{(1.73-0.15x)}}$	0.146	0.061
60	$y = 14.7e^{-e^{(1.37-0.16x)}}$	0.161	0.032
90	$y = 23.96e^{-e^{(2.38-0.25x)}}$	0.253	0.031

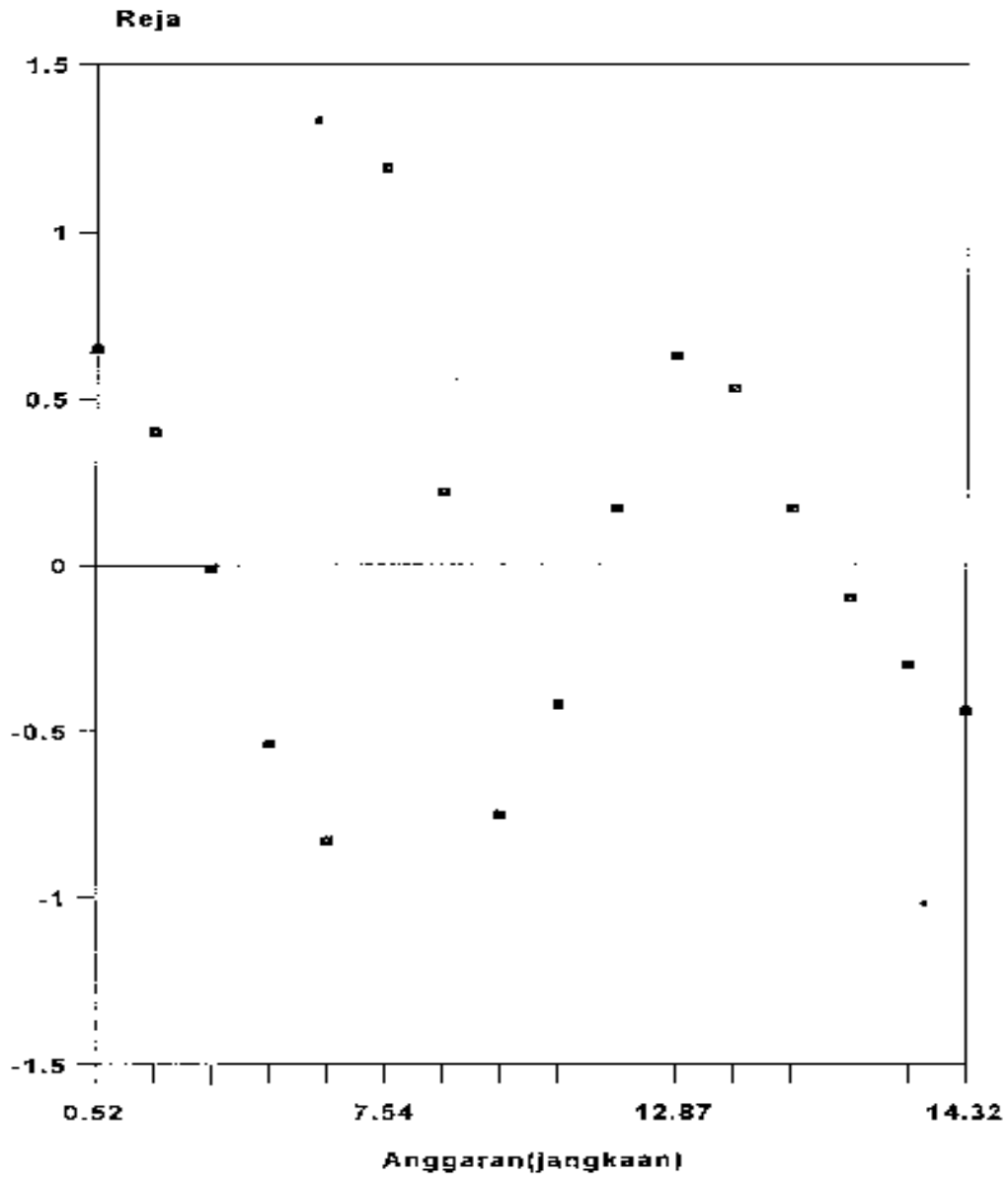
y = Pertumbuhan daun teranggar (mm)

x = Waktu berkala (hari)

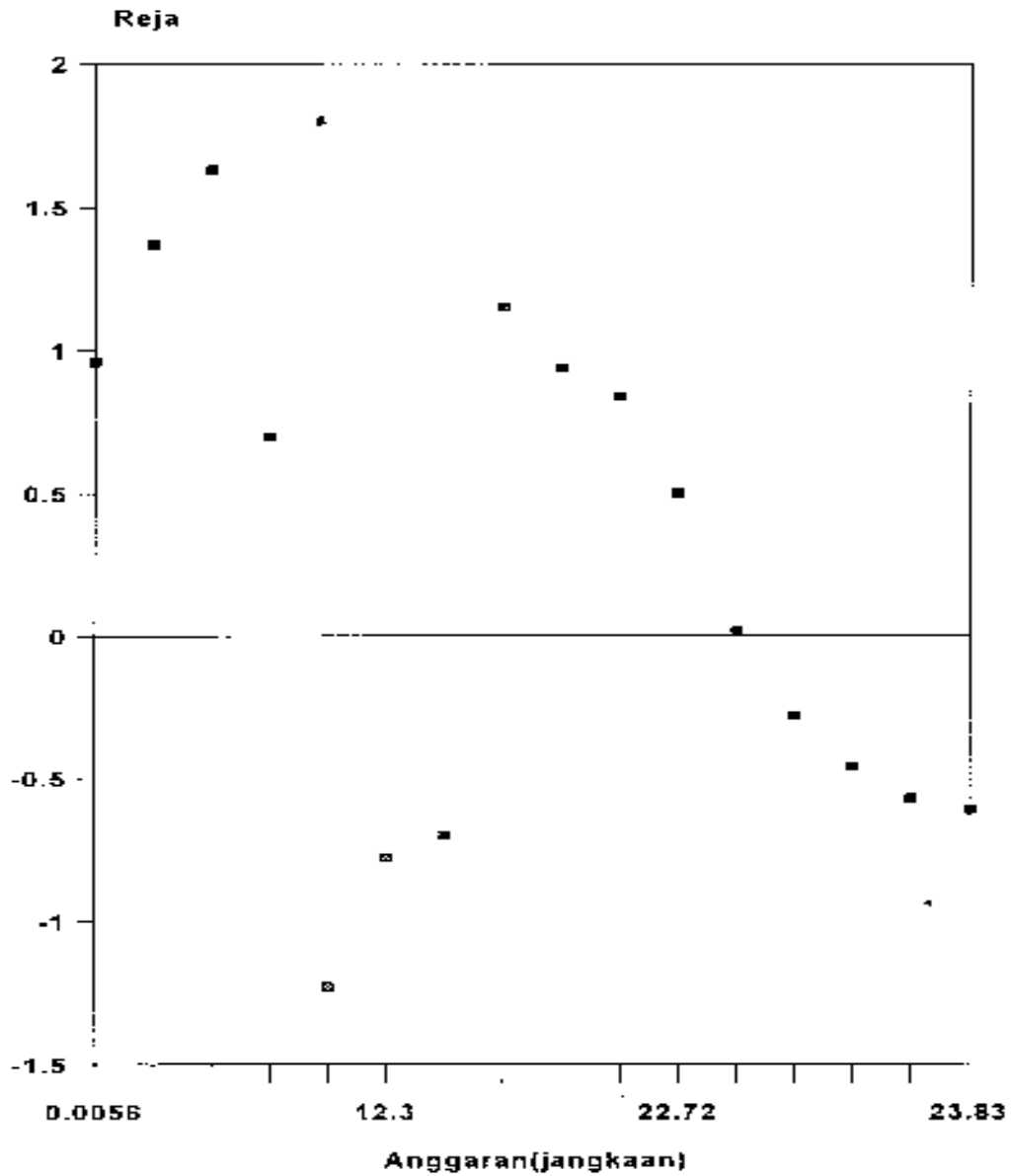
Pensuaian model dan penganggaran parameter ini juga menjurus kepada pengiraan kadar tumbesaran bandingan (relative growth rate) pokok koko dibawah masing-masing naungan yang diujikaji. Kadar tumbesaran pokok koko ialah petunjuk kecekapan efisiensi pertumbuhan daunnya. Kadar tumbesaran bandingan (RGR) ialah pertambahan panjang daun seunit panjang daun pokok koko seunit tempoh masa (hari). Jika unit pengukuran dalam mm maka unit RGR ialah mm mm⁻¹ hari⁻¹ sebagaimana terdapat dalam Jadual 6. RGR ialah kuantiti pemalar fisiologi yang sangat penting. Ianya merupakan kriteria ciri demi mengukur secara kuantitatif prestasi pertumbuhan tanaman. Demikianlah ungkapan ini diutarakan oleh Causton dan Venus [4] dan Hunt [9]. Jadual 6 juga mengandungi model taklinear Gompertz tersuai, pertumbuhan mutlak dan kadar pertumbuhan/tumbuh



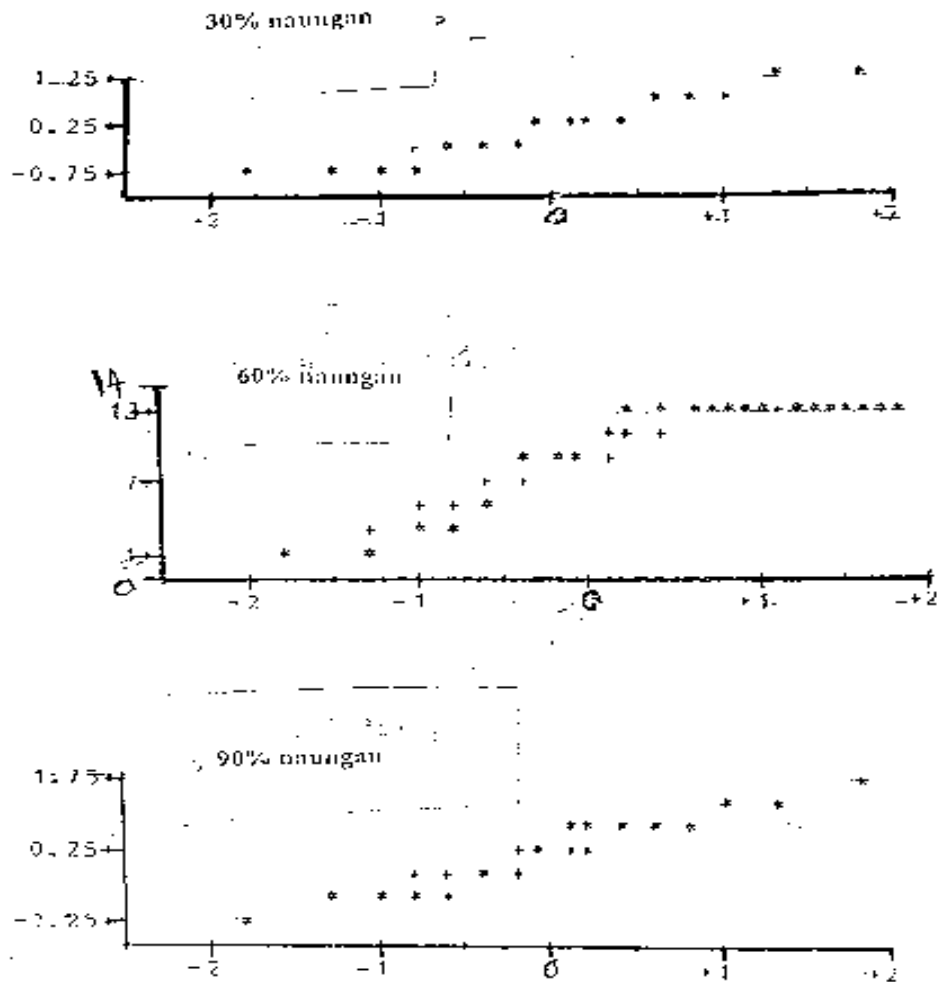
Rajah 2a: Plot tebaran data cerapan dan anggaran ramalan pertumbuhan daun koko dibawah 90% naungan



Rajah 2b: Plot tebaran data cerapan dan anggaran ramalan pertumbuhan daun koko dibawah 90% naungan



Rajah 2c: Plot tebaran data cerapan dan anggaran ramalan pertumbuhan daun koko dibawah 90% naungan



Rajah 3: Plot tebaran data cerapan dan anggaran ramalan pertumbuhan daun koko dibawah 90% naungan

bandingan (RGR) bagi pokok koko yang ditanam bawah tiga naungan tersebut. RGR bagi naungan 30%, 60%, 90% tanaman koko masing-masing ialah 0.061, 0.032 dan 0.031 mm⁻¹ hari⁻¹. Nilai kuantiti ini memperagakan pokok koko bawah naungan 30% memberi natijah prestasi pertumbuhan yang terbaik.

4 Kesimpulan

Keputusan analisis regresi taklinear model Gompertz terhadap data pertumbuhan pokok koko memberi petunjuk bahawa model ini sesuai memerihalkan data tersebut. Naungan 30% adalah paling baik bagi tanaman pokok koko yang optimum.

5 Penghargaan

Penyediaan teknikal bagi manuskrip pemodelan Gompertz taklinear ini adalah tugas sukar. Kejayaan penulisan manuskrip ini mencerminkan sumbangan bererti pelbagai pihak yang memberi dorongan dalam penyelidikan ini. Terima kasih kepada Ketua Pengarah MARDI yang perestuannyalah mendorong penyelidikan ini dijalankan hingga selesai. Penulis ingin merakamkan ucapan terima kasih istimewa ditujukan kepada Sohaime Talib kerana menyediakan rajah grafik, Rahmah Yusof menyempurnakan jadual dan begitu juga tidak kurang pentingnya terima kasih istimewa ditujukan kepada Norashikin Hj. Idris yang tekun mendokumentasikan draf akhir kepada manuskrip yang sempurna menggunakan Komputer PC. Penulis juga ingin merakamkan rasa terutang budi kepada Prof. Dr. Mohamad Rashidi Md. Razali (UTM) yang tanpa suntingan beliau itu barangkali manuskrip ini tidak mungkin mencapai bentuknya yang sedemikian ini.

Rujukan

- [1] F.A. Amer dan W.T. Williams *Leaf area growth in Pelargonium Zonale*, Ann. Biot. **21**(1957), 339
- [2] F.J. Anscombe dan J.W. Tukey, *The Examination and Analysis of Residuals*, Technometrics **Vol. 5, 2**(1963), 141-160.
- [3] D.M. Bates dan D.V. Watts, *Nonlinear Regression Analysis and its Applications*, John Wiley, New York, 1988
- [4] D.R. Causton dan J.C. Venus, *The Biometry of Plant Growth*, Edward Arnold, London, 1981
- [5] R.D. Cook dan S. Weisberg, *Residuals an Influence in Regression*, Chapman and Hall, New York, 1982
- [6] N.R. Draper dan H. Smith, *Applied Regression Analysis*, Second Edition, John Wiley, New York, 1981
- [7] R.A. Fisher, *Contributions to Mathematical Statistics*, John Wiley, New York, 1950

- [8] R.A. Fisher, *Statistical Methods for Research Workers*, Fourteenth Edition, Revised, and Enlarged, Collier-McMillan, 1970
- [9] R. Hunt, *Plant Growth Curves*, Edward Arnold, London, 1982
- [10] Md. Yunus Jaafar, *Comparison of nonlinear modelling in Agriculture*, Paper presented at 5th Annual SUM Conference, Pan Pacific Hotel, Kuala Lumpur, 1991
- [11] Md. Yunus Jaafar, *On Optimization of six intrinsically Nonlinear Sigmoid Models on Shaded Cocoa Plant Growth*, unpublished, 1995
- [12] Md. Yunus Jaafar, *Initialization Algorithm for the Estimation of Nonlinear Weibull Model*, Paper presented at 6th Annual SUM Conference, Pan Pacific Hotel, Kuala Lumpur, 1992
- [13] R.A. Johnson dan D.W. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Second edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988
- [14] K. Levenburg, *A method for the Solution of certain Nonlinear Problems in Least Squares*, Quart. Appl. Math., **2**(1994), 164-168.
- [15] D.W. Marquardt, *An Algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear Parameters*, J. Soc. Indust. Appl. Math., **Vol. 11, 2**(1963), 431-439.
- [16] F. Mosteller, S.E. Fienberg, dan R.E.K. Rourke, *Beginning Statistics with Data Analysis*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1983
- [17] D.A. Ratkowsky, *Nonlinear Regression Modelling*, Marcel Dekker, New York, 1983
- [18] H.M. Rawson dan C. Hackett, *An Exploration of the Carbon Economy of the Tobacco Plant III. Gas Exchange of Leaves in Relation to Position of the Stem, ontogony and Nitrogen Content*, Aust. J. Plant Physio., **1**(1974), 551.
- [19] SAS, *SAS User's Guide: Statistics, Version 5 Edition*, SAS Institute Inc., Cary, North Carolina, 1985
- [20] SAS, *SAS/STAT Users Guide*, Version 6, Fourth Edition, Volume 2, SAS Institute Inc. Cary, North Carolina, 1990
- [21] H.L. Seal, *Multivariate Statistical Analysis for Biologists*, Methuen, London, 1964
- [22] G.A.F. Seber, *Multivariate Observations*, John Wiley, New York, 1984
- [23] G.A.F. Seber dan C.J. Wild, *Nonlinear Regression*, John Wiley, New York, 1989
- [24] S. Weisberg, *Applied Linear Regression*, Second Edition, John Wiley, New York, 1985
- [25] M.S. Younger, *Handbook for Linear Regression*, Duxbury, North Scituate, Massachusetts, 1979