Matematika, 1994, Jilid 10, bil. 1, hlm. 7–8

PENCIRIAN BEBERAPA SET HAMPIR TERBUKA DAN SET HAMPIR TERTUTUP

ABU OSMAN MD TAP
Jabatan Matematik
Fakulti Sains Matematik Dan Komputer
Universiti Kebangsaan Malaysia
43600 UKM Bangi, Selangor DE
Malaysia

Abstrak. Pengoperasian tutupan dan pedalaman telah mengelaskan set kepada tujuh kelas. Beberapa set dengan kesamaan kelas tersebut dikenali dengan nama tertentu. Antara yang terkenal ialah set terbuka dan set tertutup. Di samping itu terdapat beberapa jenis set hampir terbuka dan set hampir tertutup. Pencirian beberapa set tersebut diberikan.

Abstract. The closure and interior operations have classified sets into seven classes. Some sets with equalities of these classes are known by certain names. Among the well known are open sets and the closed sets. There are some classes of nearly open sets and nearly closed sets. The characterization of these sets are given.

1 PENGENALAN

Pengoperasian tutupan dan pedalaman dilihat sebagai proses memainkan peranan yang penting di dalam kajian ruang topologi. Melalui pengoperasi tutupan dan pedalaman, yang masing-masingnya dilambangkan dengan t dan d, telah diperolehi tujuh kelas set yang dinamakan *Set Tujuh Kelas*. Set tersebut ialah (1). A, (2). $d(A)$, (3). $td(A)$, (4). $dtd(A)$, (5). $t(A)$, (6). $dt(A)$, (7). $tdt(A)$. (Lihat Chapman [3].).

Beberapa kesamaan kelas ini berlaku untuk set dengan nama tertentu. Contohnya dua kelas yang terkenal adalah ;

(1). *A terbuka jikka* $A = d(A)$;

(2). *A tertutup jikka* $A = t(A)$.

Levine[4] dan Abu Osman[1] pula telah mengkaji set *A bersifat-Q* yang memenuhi $dt(A) = td(A)$. Tujuan kertas ini ialah memberikan pencirian serta hubungan antara beberapa set hampir terbuka dan set hampir tertutup yang diketahui namanya sebagai lanjutan kajian Abu Osman[1], Andrijevic[2] dan Chapman[3].

2 BEBERAPA TAKRIF

Di samping set terbuka dan set tertutup, terdapat beberapa konsep set hampir terbuka dan set hampir tertututp. Antara yang menjadi tumpuan kita dalam kajian ini ialah set terbuka sekata, tertutup sekata, semiterbuka, semitertutup, praterbuka, pratertutup, semipraterbuka dan semipratertutup.

Dalam bahagian ini kita berikan takrif yang diperlukan. Untuk tujuan selanjutnya, kita misalkan X ruang topologi dan $A, B, C, ...$ sebagai set dalam X.

Takrif 1: Set A dikatakan *semiterbuka* jika wujud set terbuka O sehingga $O \subseteq A \subseteq t(O)$. Pelengkap bagi set semiterbuka disebut *semitertutup*.

Takrif 2: Set A dikatakan *praterbuka* jika $A \subseteq dt(A)$. Pelengkap bagi set praterbuka disebutkan pratertutup.

Takrif 3: Set A dikatakan terbuka sekata [*tertutup sekata*] jika $A = dt(A) \cdot [A = td(A)]$.

Takrif 4: Set A dikatakan *semipraterbuka* jika wujud set praterbuka U sehingga $U \subseteq A \subseteq t(U)$. Pelengkap bagi set semipraterbuka disebut *semipratertutup*.

Andrijevic [2] pula telah memberikan bentuk kesetaraan takrif berkenaan seperti berikut.

Lema 1.
(1) *A semiterbuka jikka $t(A) = td(A)$;*
(2) *A semitertutup jikka $d(A) = dt(A)$;*
(3) *A semipraterbuka jikka $t(A) = tdt(A)$;*
(4) *A semipratertutup jikka $d(A) = tdt(A)$.*

3 PENCIRIAN

Chapman[3] telah membuat pencirian kepada set yang memenuhi kesetaraan kelas tujuh. Dengan sifat tersebut, sebagai natijah kita seterusnya dapat pencirian berikut. Buktinya boleh didapati secara langsung daripada hasil Chapman[3], takrif serta lema dalam bahagian 2 di atas.

Teorem 1. *A tertutup sekata jikka A tertutup dan $A = M \cup N$ yang M terbuka dan N mempunyai pedalaman hampa dalam A.*

Teorem 2. *A terbuka sekata jikka A terbuka dan $A = M \setminus N$ yang M tertutup dan N mempunyai pedalaman hampa dalam $X \setminus A$.*

Teorem 3. *A semiterbuka jikka $A = M \cup N$ yang M terbuka dan N mempunyai pedalaman hampa dalam A.*

Teorem 4. *A semitertutup jikka $A = M \setminus N$ yang M tertutup dan N mempunyai pedalaman hampa dalam $X \setminus A$.*

Sebagai natijah kepada Teorem 1-4 di atas kita dapat hasil berikut :

Korolari 1.
(1) *A tertutup sekata jikka A tertutup dan semiterbuka;*
(2) *A terbuka sekata jikka A terbuka dan semitertutup*

Teorem 5. *A semipraterbuka jikka $A = (M \setminus Q) \cup S$ yang M terbuka, S mempunyai pedalaman hampa dalam X sementara Q mempunyai pedalaman hampa dalam A.*

Teorem 6. *A semipratertutup jikka $A = (M \setminus Q) \cup S$ yang M tertutup, S mempunyai pedalaman hampa dalam X dan Q mempunyai pedalaman hampa dalam $X \setminus A$.*

RUJUKAN

[1] Abu Osman bin Md Tap, *Set Bersifat-Q Di Dalam Ruang Topologi*, J. Matematika UTM **9(1)** (1993), 19–21.
[2] D. Andrijevic, *Semipreopen Sets*, Mat. Vesnik **38** (1986), 24–32.
[3] T.A. Chapman, *A Further Note On Closure And Interior Operators.*, Amer. Maths Monthly **69** (1962), 524–529.
[4] N. Levine, *On The Commutativity Of The Closure And Interior Operators In Topologi Spaces*, Amer. Maths Monthly **68** (1961), 474–477.